2006–11–13

⟨Början av föreläsningen⟩

De olika pulserna tecknas

$$x_0(t) = \delta_\varepsilon(t) \cdot x(0) \cdot \varepsilon$$

$$x_1(t) = \delta_\varepsilon(t - \varepsilon)\, x(\varepsilon)\, \varepsilon$$

$$x_2(t) = \delta_e(t - 2\varepsilon)\, x(2\,\varepsilon)\, \varepsilon$$

och

$$x(t) \approx \sum_{i=0}^{\infty} \delta_\varepsilon(t - i\,\varepsilon)\, x(i\,\varepsilon)\, \varepsilon$$

Låt $h_\varepsilon(t)$ vara systemets utsignal då insignalen är en enhetspuls, $\delta_e(t)$.

Insignal	**Utsignal**	
$\delta_\varepsilon(t)$	$h_\varepsilon(t)$	("Pulssvar")
$\delta_\varepsilon(t - i\,\varepsilon)$	$h_\varepsilon(t - i\,\varepsilon)$	Tidsinvariant
$\delta_\varepsilon(t - i\,\varepsilon)\, x(i\,\varepsilon)\varepsilon$	$h_\varepsilon(t - i\,\varepsilon)\, x(i\,\varepsilon)\, \varepsilon$	Amplitudskalning
$\sum_{i=0}^{\infty} \delta_\varepsilon(t - i\,\varepsilon)\, x(i\,\varepsilon)\, \varepsilon$	$\sum_{i=0}^{\infty} h_\varepsilon(t - i\,\varepsilon)\, x(i\,\varepsilon)\, \varepsilon$	

Låt $\varepsilon \to 0$.

$$\delta_\varepsilon(t) \to \delta(t) \quad \text{“Impuls”}$$

$$h_\varepsilon(t) \to h(t) \quad \text{“Impulssvar”}$$

Låt $\tau = i\,\varepsilon$, $i \in \mathbb{N}_0$. τ blir en kontinuerlig variabel och $\varepsilon \to \mathrm{d}\tau$. Summan övergår i en integral.

$$y(t) = \int_0^\infty h(t - \tau)\, x(\tau)\, \mathrm{d}\tau$$

Faltningsintegralen. Förkortat skrivsnätt

$$y(t) = h(t) * x(t)$$

Genom variabelsubstitution kan man visa att

$$h(t) * x(t) = x(t) * h(t)$$

Laplacetransformera:

$$Y(s) = \int_0^\infty y(t) \mathrm{e}^{-st}\, \mathrm{d}t$$

Resultatet blir

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$

$$\xrightarrow{x(t)} \boxed{h(t)} \xrightarrow{y(t)}$$

Transformera:

$$\xrightarrow{X(s)} \boxed{H(s)} \xrightarrow{Y(s)}$$

$H(s)$: överföringsfunktion.

Beskrivning av linjära system.

Överföringsfunktion

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

En vanlig form i ingenjörstillämpningar (kvot mellan polynom)

$$H(s) = \frac{b_m\, s^m + b_{m-1}\, s^{m-1} + \cdots + b_1\, s + b_0}{a_n\, s^n + a_{n-1}\, s^{n-1} + \cdots + a_1\, s + a_0}$$

$(m \leqslant n)$. Faktorisera:

$$H(s) = K\, \frac{(s - z_1)\,(s - z_2)\cdots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\cdots(s - p_n)}$$

För våra elektriska kretsar är $a_0, \ldots, a_n, b_0, \ldots, b_m$ reella konstanter.

z_i: nollställen (rötter till täljarpolynomet).

p_i: poler (rötter till nämnarpolynomet).

Grafisk beskrivning. Placera ut poler och nollställen i s-planet. $(s = \sigma + \mathrm{i}\omega)$ ⟨fig1⟩.

Tillsammans med konstanten K ger figuren ovan en fullständig beskrivning av systemet $H(s)$.

Systemets (kretsens) frekvensegenskaper. Sätt $s = \mathrm{i}\,\omega$.

$$H(s)|_{s=\mathrm{i}\omega} = H(\mathrm{i}\omega) = |H(\mathrm{i}\,\omega)|\underline{/\arg H(\mathrm{i}\omega)}$$

Där $|H(\mathrm{i}\omega)|$ kallas amplitudkaraktäristik (amplitudförändring vid sinusformat stationärtillstånd). $\arg H(\mathrm{i}\omega)$ är faskaratäristiken (fasförändring vid sinusformat stationärtillstånd).

Jämför med jω-metoden.

På motsvarande sätt kan impedansen för en passiv tvåpol beskrivas. ⟨fig2⟩

$$U(s) = I(s) \cdot Z(s)$$

eller

$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)}$$

och med frekvensfunktionen

$$Z(s)|_{s=\mathrm{i}\omega} = Z(\mathrm{i}\omega) = |Z(\mathrm{i}\omega)| \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\arg Z(\mathrm{i}\omega)}$$

Exempel.

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{Krets}} \longrightarrow y(t)$$

$$x(t) = 4\cos(t)\cdot\theta(t)$$

$$y(t) = \left[4\sqrt{2}\cos(t-45^\circ) - 4\,\mathrm{e}^{-t}\right]\theta(t)$$

Beräkna överföringsfunktionen och amplitudkarakteristiken.

Insignal

$$X(s) = \frac{4\,s}{s^2+1}$$

$$y(t) = 4\left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}(\cos t + \sin t) - \mathrm{e}^{-t}\right]\theta(t)$$

$$Y(s) = 4\left[\frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{s^2+1} - \frac{1}{s+1}\right] = \frac{8\,s}{(s^2+1)(s+1)}$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2}{s+1}$$

Amplitudkarakteristik:

$$H(s)|_{s=\mathrm{i}\omega} = \frac{2}{\mathrm{i}\,\omega+1}$$

$$|H(\mathrm{i}\omega)| = \frac{2}{\sqrt{\omega^2+1}}$$

⟨fig3⟩ “Lågpassfilter”.

Poler, nollställen och frekvenssvar

Exempel. En RC-krets ⟨fig4⟩. Spänningsdelning:

$$Y(s) = X(s)\cdot\frac{R}{R+\frac{1}{s\,C}}$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s\,R\,C}{1+s\,R\,C}$$

Låt $R\,C = 1$.

$$H(s) = \frac{s}{s+1}$$

$s = \mathrm{i}\,\omega$:

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{\mathrm{i}\omega}{\mathrm{i}\omega+1}$$

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{b\angle\varphi}{a\angle\psi}$$

$$|H(\mathrm{i}\omega)| = \frac{b}{a}$$

$$\arg H(\mathrm{i}\omega) = \varphi - \psi$$

Generellt

$$|H(\mathrm{i}\omega)| = \frac{\prod \text{avstånd från nollställe till } \mathrm{i}\omega \text{ i } s\text{-planet}}{\prod \text{avstånd från pol till } \mathrm{i}\omega \text{ i } s\text{-planet}}$$

$$\arg H(\mathrm{i}\,\omega) = \sum \text{vinkel från nollställe till punkten } \mathrm{i}\omega - \sum \text{vinkel från pol till punkten } \mathrm{i}\omega$$

EXEMPEL. ⟨fig5⟩.

Skissa $|H(\mathrm{i}\omega)|$. ⟨fig6⟩.

Diod Symbol ⟨fig7⟩. Struktur ⟨fig8⟩.

Dopad halvledarkristall (`Si` eller `Ge`).

p: dopat med "acceptoratomer". Ger "fria hål". (`B`, `In`, `Ga`)

n: dopat med "donatoratomer". Ger "fria elektroner". (`As`, `Sb`) (`Sb` är antimon).

Karakteristik.

$$i_D = I_s \left(\mathrm{e}^{\frac{U_d}{\eta V_T}} - 1 \right)$$

⟨fig9⟩

$$\text{termisk spänning} = V_T = \frac{k\,T}{q}$$

$$\text{Boltzmans konstant} = k$$

$$\text{absolut temperatur} = T$$

$$\text{elementarladdningen} = q$$

Vid rumstemperatur $V_T \approx 25\,\mathrm{mV}$.

U_γ: "knäspänning".

I_s: *reverse saturation current*, koimmer från teoretiska beräkningar.

I_0: verklig backström. $I_0 > I_s$.

I_0 och I_s beror på dopningsgrad och pn-övergångens yta. Starkt temperaturberoende. I_0 dubbleras för varje 10°C ökning av temperaturen.

Material	U_γ	I_0
`Si`	$\approx 0.6\,\mathrm{V}$	nA
`Ge`	$\approx 0.2\,\mathrm{V}$	μA

η: $1-2$. Beror på material och fysisk struktur.

Temperaturberoende:

$$\left.\frac{\mathrm{d}U_D}{\mathrm{d}T}\right|_{i_D=\text{konstant}} = -\,2.2\,\mathrm{mV/K}$$

Dynamisk resistans r_d. Konduktans $q_d = \frac{1}{r_d}$.

Antag $i_D \gg I_s$ (Diod ledande).

$$i_D \approx I_s \, \mathrm{e}^{U_D/\eta V_T}$$

⟨fig10⟩ Q: arbetspunkt.

För "små" variationer av ström/spänning runt arbetspunkten:

$$g_d = \left.\frac{\mathrm{d}i_D}{\mathrm{d}U_D}\right|_Q = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}U_D}\left[I_s \, \mathrm{e}^{U_D/\eta V_t}\right] = I_s \, \mathrm{e}^{U_D/\eta V_T} \cdot \frac{1}{\eta V_T} = \frac{I_{\mathrm{DQ}}}{\eta V_T}$$

Antag små variationer av ström/spänning runt arbetspunkten Q. Inför en styckvis linjär modell av dioden. ⟨fig11⟩.

Med en kretsmodell ⟨fig12⟩. Ekvivalent schema ⟨fig13⟩.

Ideal diod Symbol ⟨fig14⟩.

Karakteristik: ⟨fig15⟩. $u_D < 0 \Longrightarrow i_D = 0$. $i_D > 0 \Longrightarrow U_D = 0$.

Användning:

- Ersätta verklig diod i krets för att analysera kretsens funktion.
- Som del i modell för att beskriva en verklig diod. (Exempelvis styckvis linjär modell.)

Några diodkretsar

⟨fig16⟩

"Halvvågslikriktare"

⟨fig17⟩

⟨fig18⟩

Likriktare med filter.

⟨fig19⟩ ger något som linknar likspänning.