# 2006–12–04

## Tröskelenergier

I reaktionen

$$p + p \to p + p + \pi^0$$

så bildas en partikel. Men av vad?

Vi betraktar generellt

$$\underbrace{\mathbf{P}_B}_{\text{projektil}} + \underbrace{\mathbf{P}_T}_{\text{mål}} = \sum \mathbf{P}_i$$

$$\mathbf{P}_B^2 + 2\mathbf{P}_B \cdot \mathbf{P}_T + \mathbf{P}_T^2 = \sum \mathbf{P}_i^2 + 2\sum_{i<j} \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{P}_j$$

$$c^2 m_{0B}^2 + 2m_{0T}E_B + m_{0T}^2 c^2 = c^2 \sum m_{0i}^2 + 2\sum_{i<j} c^2 m_{0i} m_{0j} \gamma(v_{ij})$$

Massorna fasta, spela med $E_B$ och $v_{ij}$.

Vad är minsta möjliga $E_B$, tröskelenergi?

$v_{ij} = 0 \,\forall\, i, j$. Vi får då att

$$\text{HL} = c^2 \left( \sum m_{0i} \right)^2$$

vilket ger

$$E_B = \frac{c^2}{2m_{0T}} \left[ \left( \sum m_{0i} \right)^2 - m_{0T}^2 - m_{0B}^2 \right]$$

$$m_{0T} = m_{0B} = M = \text{vilomassan för en proton}$$

$$m = \text{vilomassan för en pion}$$

$$\implies \underbrace{E_B - Mc^2}_{\text{protonens kinetiska energi}} = c^2 \left( 2m + \frac{m^2}{2M} \right)$$

Effektivitet i proc. def.

$$k = \frac{\pi^0\text{-mesonens viloenergi}}{\text{protonens kinetiska energi}} = \frac{m}{2m + \frac{m^2}{2M}} = \frac{2}{4 + m/M}$$

$$\implies k < 0{,}5$$

Om $m >$ allt annat.

$$k \approx \frac{2m_{0T}}{m}$$

**Avsnitt 6.8** $E = h\nu$.

de Broglie: Varje partikel med 4-rörelsemängd $\mathbf{P}$ har associerat med sig en våg med vågvektor given av

$$\mathbf{P} = h\mathbf{L}, \quad h\nu\left(\frac{\boldsymbol{n}}{w}, \frac{1}{c}\right) = (\boldsymbol{p}, E/c) = h\left(\frac{\boldsymbol{n}}{\lambda}, \frac{\nu}{c}\right)$$

**Comptonspridning.** Några verktyg

$$\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_2 = E_2 m_{01} = h m_{01} \nu_2$$

Två fotoner:

$$\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_2 = \frac{h^2\nu_1\nu_2}{c^2}\left(1 - \underbrace{\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2}_{\text{vinkel } \theta}\right) = \frac{h^2\nu_1\nu_2}{c^2}(1 - \cos\theta)$$

Comptons labb ⟨fig1⟩. Vi vill ha $\nu, \nu', \theta, m$. ($e^-$ vilomassa).

Bevarad 4-rörelsemängd:

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{P}' + \mathbf{Q}'$$

($\mathbf{Q}'$ oviktig) Bilda invariant storhet:

$$(\mathbf{P} - \mathbf{P}' + \mathbf{Q})^2 = \mathbf{Q}'^2$$

$$\mathbf{P}^2 + \mathbf{P}'^2 = 0$$

$$\mathbf{Q}^2 = \mathbf{Q}'^2$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} - \mathbf{P}' \cdot \mathbf{Q} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{P}' = 0$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{P}' = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{P}')$$

$$\frac{h2\nu\nu'}{c^2}(1 - \cos\theta) = mh(\nu - \nu')$$

Omskrivet:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{cm}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2l\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

där $l$ är Comptonvåglängden.

**Uppgift:** En elektron kolliderar med en proton i vila. Beräkna tröskelenergin för processen

$$e^- + p \to e^- + \bar{p} + 2p$$

där $\bar{p}$ är en antiproton.

$(m_e c^2 \approx 0{,}5\,\mathrm{MeV}, m_p c^2 \approx 10^3\,\mathrm{MeV})$

$$\mathbf{P}^{\text{före}}_{\text{(lab)}} = \left(\boldsymbol{p}_e, \frac{E_e}{c} + m_p c\right)$$

$$\mathbf{P}^{\text{efter}}_{\text{(CM)}} = (\mathbf{0}, (3m_p + m_e)c)$$

Bilda invariant $(E^2 = p^2c^2 + m^2c^4)$:

$$(3m_p + m_e)^2 c^2 = (m_p^2 c^2 + m_e^2 c^2 + 2E_e m_p)$$

$$\implies E_e = (4m_p + 3m_e)c^2$$

$$\implies T_e = (4m_p + 2m_e)c^2 \approx 4m_p c^2 \approx 4\,\mathrm{GeV}$$