2006–03–28

⟨fig16⟩ Hastigheten hos en punkt på kroppen:

$$\boldsymbol{v} = \bar{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}$$

Den gäller saker som är stilla på kroppen. ("Göteborgs hastighet är jordens hastighet plus Göteborgs hastighet p.g.a. jordens rotation").

Nu röresle relativt "kroppens system" (Martin Cederwall rör sig i förhållande till Göteborg).

Varför? Många referenssystem som används är roterande system!

⟨fig17⟩ Här beskriver $\boldsymbol{\omega}$ referenssystemets, x-y-z-systemets rotation, i förhållande till inertialsystemet X-Y-Z. x-y-z-systemet är inget inertialsystem.

$$m\ddot{x} \neq F_x$$

$$\boldsymbol{r}_A = \boldsymbol{r}_B + \boldsymbol{r}_{A/B} = \boldsymbol{r}_B + \boldsymbol{r}$$

$$\boldsymbol{v}_A = \dot{\boldsymbol{r}}_B + \dot{\boldsymbol{r}}$$

$\dot{\boldsymbol{r}}$ innehåller $\dot{x}\,, \dot{\boldsymbol{e}}_x, \ldots$

$$\boldsymbol{r} = x\,\boldsymbol{e}_x + y\,\boldsymbol{e}_x$$

$$\boldsymbol{v}_{\text{rel}} = \dot{x}\,\boldsymbol{e}_x + \dot{y}\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v}_{\text{rel}} + x\,\dot{\boldsymbol{e}}_x + y\,\dot{\boldsymbol{e}}_y = \boldsymbol{v}_{\text{rel}} + x\,(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{e}_x) + y\,(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{e}_y) = \boldsymbol{v}_{\text{rel}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$$

Alltså, med $\boldsymbol{r}_A = \boldsymbol{r}_B + \boldsymbol{r}$:

$$\dot{\boldsymbol{r}}_A = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}_{\text{rel}}$$

där $\boldsymbol{v}_{\text{rel}}$ är den observerade hastigheten i x-y-z-systemet.

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_A = \boldsymbol{a}_B + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{r}} + \dot{\boldsymbol{v}}_{\text{rel}}$$

$$\boldsymbol{v}_{\text{rel}} = \dot{x}\,\boldsymbol{e}_x + \dot{y}\,\boldsymbol{e}_y$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\text{rel}} = \ddot{x}\,\boldsymbol{e}_x + \ddot{y}\,\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\text{rel}}$$

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_A = \boldsymbol{a}_B + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) + 2\,\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\text{rel}} + \boldsymbol{a}_{\text{rel}}$$

Här är $2\,\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\text{rel}} + \boldsymbol{a}_{\text{rel}}$ nya. $\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r})$ är centripetalaccelration. $2\,\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\text{rel}}$ är Coriolisacceleration.

"$\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$" $\longrightarrow \boldsymbol{F} = m(\underset{\substack{\text{p.g.a. det}\\ \text{inte är ett}\\ \text{inertial-}\\ \text{system}}}{\boldsymbol{a}_{\text{extraterm}}} + \boldsymbol{a}_{\text{rel}})$.

$$m\,\boldsymbol{a}_{\text{rel}} = \boldsymbol{F} - m\,\boldsymbol{a}'$$

Där vi kan tolka $-m\,\boldsymbol{a}'$ som "fiktiva krafter" eller "tröghetskrafter", t.ex. centrifugalkraft, Corioliskraft.

⟨fig18⟩ Minskande radie $\rightarrow$ minskande hastighet i vinkelled ωr. Dessutom vrider sig $\boldsymbol{v}_{\text{rel}}$.

⟨fig19⟩. $\boldsymbol{F}_{\text{cor}} = -2\,m\,\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\text{rel}}$.

⟨fig20⟩. I inertialsystem:

$$\boldsymbol{v} = v_0\,\boldsymbol{e}_Y = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}_{\text{rel}} = (-\Omega\,\boldsymbol{e}_Z) \times (-R\,\boldsymbol{e}_Y) + \boldsymbol{v}_{\text{rel}} = -\Omega\,R\,\boldsymbol{e}_X + \boldsymbol{v}_{\text{rel}}$$

$$\boldsymbol{v}_{\text{rel}} = v_0\,\boldsymbol{e}_Y + \Omega\,R\,\boldsymbol{e}_X$$