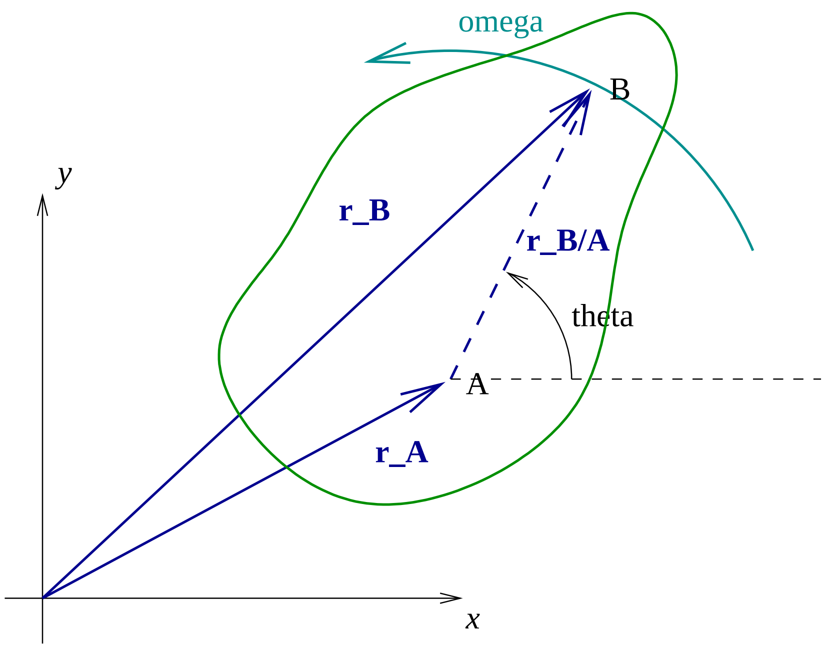
2006–03–22



Figur 1. (vektorn $\boldsymbol{\omega}$ är riktad ut ur pappret)

$$\boldsymbol{r}_B = \boldsymbol{r}_A + \boldsymbol{r}_{B/A}$$

$$\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{B/A}$$

$$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}_{B/A} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r})$$

SP 5/4, 7, 11, 13. ⟨fig12⟩

3 frihetsgrader, $\boldsymbol{r}_o$, θ. Här har vi dock bara en translationsfrihetsgrad: i y-led är golvet ivägen. Det finns också en koppling mellan x_o och θ: ingen glidning sker. $x_o = r\,\theta$.

Beräkna accelerationen för punkten P då $a = r$ och den är i kontakt med underlaget.

Strategi:

1. Beskriv P:s bana $x_p(\theta), y_p(\theta)$...

2. Använd de relativa formlerna för hastighet och acceleration ovan.

Använder strategi 2. ⟨fig13⟩

$$x_o = r\theta$$

$$v_o = r\,\dot{\theta} = r\,\omega$$

$$\boldsymbol{\omega} = -\frac{v_0}{r}\boldsymbol{e}_z$$

$$\omega = \frac{v_0}{r}$$

Acceleration i $a_o = r\,\alpha$.

$$\boldsymbol{v}_p = \boldsymbol{v}_o + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p/o} = v_0\,\boldsymbol{e}_x + \left(-\frac{v_o}{r}\boldsymbol{e}_z\right) \times (-r\,\boldsymbol{e}_y) = v_o\,\boldsymbol{e}_x - v_0\,\boldsymbol{e}_x = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{a}_p = \boldsymbol{a}_o + \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}_{p/o} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p/o}) =$$

$$= a_o\,\boldsymbol{e}_x + \left(-\frac{a_o}{r}\boldsymbol{e}_z\right) \times (-r\,\boldsymbol{e}_y) + \left(-\frac{v_o}{r}\boldsymbol{e}_z\right) \times (-v_o\,\boldsymbol{e}_x) =$$

$$= a_o\,\boldsymbol{e}_x - a_o\,\boldsymbol{e}_x + \frac{v_0^2}{r}\boldsymbol{e}_y = \frac{v_0^2}{r}\boldsymbol{e}_y$$

Hastigheten i P är noll: momentant roterar cykelhjulet kring kontaktpunkten.

$$\boldsymbol{v}_o + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{p/o} = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{v}_o = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{o/p}$$

(Plan rörelse): $\langle$fig14$\rangle$

SP5/12 $\langle$fig15$\rangle$ Det frågas efter punkten D:s hastighet.