

Övning 2006–05–15

Heath 8.1

$$f(x) = x^3$$

a) "Rektangelregeln":

$$M: \int_0^1 x^3 dx \approx (1-0) \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0.125 \pm E$$

$$T: \int_0^1 x^3 dx \approx \frac{(1-0)}{2} (0^3 - 1^3) = 0.5 \pm 2E$$

$$\int_0^1 x^3 dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 = 0.25$$

b) Se sid 348:

$$\frac{T-M}{3} = E: \quad \frac{0.5 - 0.125}{3} = 0.125$$

c) Simpsons formel:

$$\frac{b-a}{6} \left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right) \approx \int_a^b f(x) dx$$

$$S: \quad \frac{1-0}{6} \left(0^3 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1^3 \right) = 0.25$$

ANMÄRKNING: Felet för Simpson:

$$\int_a^b f(x) dx = \text{"Simpson"} + \frac{(a-b)}{180} h^4 f^{IV}(\xi)$$

Extra 23 Accelerationstabell:

$t =$	0	10	20	30	40	50	60
$a =$	30.00	31.63	33.14	35.47	37.75	40.33	43.92

$$\text{Hastighet} = \int \text{acceleration}$$

Trapetsformeln: approximera $\int_0^{60} a dt$.

$$\frac{(60-0)}{12} (a(0) + 2(a(10) + a(20) + \dots + a(50)) + a(60)) \approx 2153$$

Sträckan, tillryggalagd efter 60?

$$\text{sträckan} = \int_0^{60} \text{hastighet} dt$$

$$\int_0^{60} v dt \approx \left(\frac{v(0) + v(60)}{2} \right) (60 - 0)$$

Det bästa vi kan göra: med trapets: räkna ut hastigheten för $t = 10, 20, \dots, 50$ och 60 . Trapets på hastigheterna.

Heath 8.3 Bevisa att viktfaktorerna i formeln

$$\sum_k w_k f(x_k) = \int_0^1 f(x) dx$$

uppfyller

$$\sum_k w_k = 1$$

Integrationen ska stämma