

Laborationsrapport: Energi- och impulsöverföring

Christian von Schultz
von@student.chalmers.se
850101-7175

Olof Bäcké
obacke@student.chalmers.se
841125-2433

30 maj 2007

Sammanfattning

Denna laborationsrapport beskriver hur vi studerat stötar i en och två dimensioner, med avseende på deras elasticitet. Vi studerade också energibevarandet då en blixtlampa belyser en gong-gong och genererar ljudenergi; vi var då speciellt intresserade av om samma andel av infallande energin omvandlas till ljud oavsett hur mycket energi som faller in.

Innehåll

1	Introduktion	1
2	Grunduppgift	1
2.1	Teori	1
2.2	Stötar i en dimension	2
2.2.1	Experimentuppställning	2
2.2.2	Genomförande	3
2.2.3	Resultat	3
2.2.4	Diskussion	3
2.2.5	Slutsats	6
2.3	Stötar i två dimensioner	6
2.3.1	Experimentuppställning	6
2.3.2	Genomförande	6
2.3.3	Resultat	8
2.3.4	Diskussion och slutsats	8
3	Extrauppgift	12
3.1	Experiment	13
3.2	Resultat	13
3.3	Diskussion	14
3.4	Slutsats	14

1 Introduktion

Uppgiften bestod i att studera energi- och impulsöverföring. Vi valde att i en grunduppgift betrakta kollisioner i mekaniska system och sedan, som extrauppgift, betrakta optisk impulsöverföring. I grunduppgiften (se avsnitt 2) lade vi fokus på att se hur väl man kan realisera en elastisk stöt. Vi betraktade dels kollisioner där de kolliderande objekten var begränsade till rörelse i en dimension, dels allmännare kollisioner, med puckar på ett luftbord. I extrauppgiften (se avsnitt 3) studerade vi energibevarandet då en blixtlampa belyser en gong-gong och genererar ljudenergi; vi var då speciellt intresserade av om samma andel av den infallande energin omvandlas till ljud oavsett hur mycket energi som faller in.

2 Grunduppgift

2.1 Teori

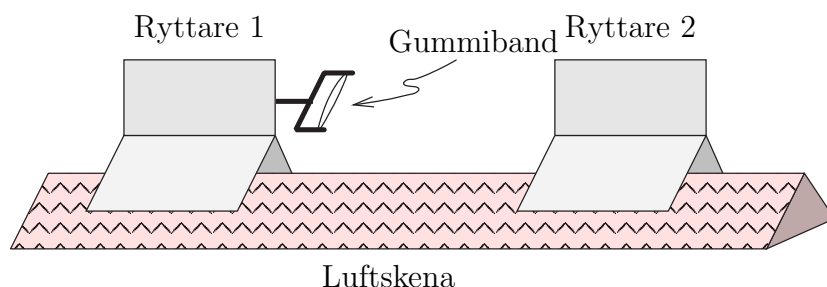
I mekaniken finns det två viktiga bevarade storheter, rörelsemängd och energi. Ofta approximerar man dock makroskopiska objekt som *en* sak, istället för en uppsättning av partiklar, varvid energins bevarande inte längre gäller riktigt: utöver den rent mekaniska energin får man lägga till begrepp som till exempel värmeenergi. Detta gör att det kan förekomma energiförluster i mekaniska system, och detta ska vi här studera närmare i fallet stötar.

I det idealiserade fallet då inga energiförluster föreligger, bevaras hastighetsskillnaden mellan de objekt som ingår i stöten. Stöten sägs då vara elastisk. (Perfekt elastiska stötar är i princip inte möjligt för makroskopiska objekt, men man kan ofta komma hyfsat nära.) En perfekt oelastisk stöt skulle då motsvara att objekten sitter ihop efter kollisionen. För att få ett kvantitativt mått på elasticiteten i en stöt definieras studscoeffcienten

$$e = \frac{v_B - v_A}{u_A - u_B} \quad (1)$$

där u_A och u_B är hastigheterna för de kolliderande kropparna A och B före stöten, och v_A och v_B är hastigheterna efter stöten. Hastigheterna skall här mätas ortogonalt mot kollisionsytorna. Uppgiften går därmed ut på att mäta e , och se hur nära ett vi kan komma.

Notera att ekvation (1) *inte* säger något om rotation. Rotationsenergi är alltså att betrakta som en förlust i sammanhanget, och antagligen den förlust som är enklast att mäta. Att bara uttala sig om den mekaniska energins bevarande skulle *inte* räcka för våra syften, eftersom rotationsenergin då skulle vara inkluderad. Om två objekt krokar och börjar rotera ihop, utan



Figur 1: Uppställning för experimenterande med kollisioner i en dimension. I den första mätserien stod ryttare 2 still medan ryttare 1 knuffades iväg mot kollisionen; i den andra mätserien kopplades ryttarna ihop med en fjäder och släpptes lösa samtidigt, för att kollidera med samma fart relativt luftskenan. Hela förloppet filmades med en MacReflex-kamera.

att få någon hastighetsskillnad, är den stöten att betrakta som fullständigt oelastisk.

Andra energiförluster är t.ex. värmeenergi, ljudvågor och andra vibrationer. Värmeförluster kan minimeras genom att minimera friktion. Övriga förluster är dock svåra att både påverka och mäta.

Nu är studscoeffcienten i det tvådimensionella fallet lite svår att beräkna, och det är lite svårt att uttala sig om riktigt vad den mäter. Därför väljer vi att i stället betrakta translationsenergins bevarande. I det endimensionella fallet kan man utgående från den ena sluta sig till den andra, så för att underlätta jämförelse mellan de båda experimenten väljer vi att även där betrakta translationsenergins bevarande.

2.2 Stötar i en dimension

2.2.1 Experimentuppställning

Stötar i en dimension studerades genom att låta två ryttare kollidera på en luftskena; se figur 1. Luftskenas uppgift var att minimera friktionen mellan ryttarna och deras underlag. Ryttarnas position under förloppet mättes med en MacReflex-kamera. För att minimera förluster ifrån ljud och för att öka elasticiteten i stöten så fästes en hållare på en av ryttarna där ett gummiband spändes över. I stötögonblicket så träffar då ryttaren utan gummiband gummibandet och detta tar stöten. (Den ena ryttaren blir då lite tyngre än den andra: $m_1 = 0,190$ kg, $m_2 = 0,180$ kg — när vi beräknar bevarad energi så kommer förutom ryttarnas hastigheter även deras massor vara av intresse.)

2.2.2 Genomförande

Luftskenan som användes var monterad på ett bord. För att minimera påverkan ifrån gravitation så kalibrerades skenan så att den var så horisontell som möjligt. MacReflex-kameran placerades så att den fotograferade förloppet ifrån sidan. De båda ryttarna förseddes med reflextejp. För att lättare kunna särskilja datan senare så placerades dessa i olika höjd. I en första mätserie lät vi ryttare två stå stilla, medan ryttare ett fick anfalla med varierande hastigheter. Teoretiskt så ger detta ett lika allmängiltigt resultat som om båda rörde sig, i enlighet med relativitetsprincipen. Efter en första mätserie så utformades ett Matlab-program för att analysera MacReflex-datan. Det visade sig då att vi konsekvent erhöll värden på energibevarandet på över hundra procent, se även avsnitt 2.2.3. Det bedömdes som att luftbanan kunde vara orsak till detta och för att minimera denna möjliga störning så lät vi båda ryttarna kollidera med lika hastighet. Detta åstadkoms genom att koppla ihop ryttarna med en fjäder, och sedan släppa dem från stillastående vid olika avstånd från varandra. Strax innan kollisionen hoppar fjädern loss, och ryttarna kolliderar med i princip lika hastighet relativt luftskenan.

2.2.3 Resultat

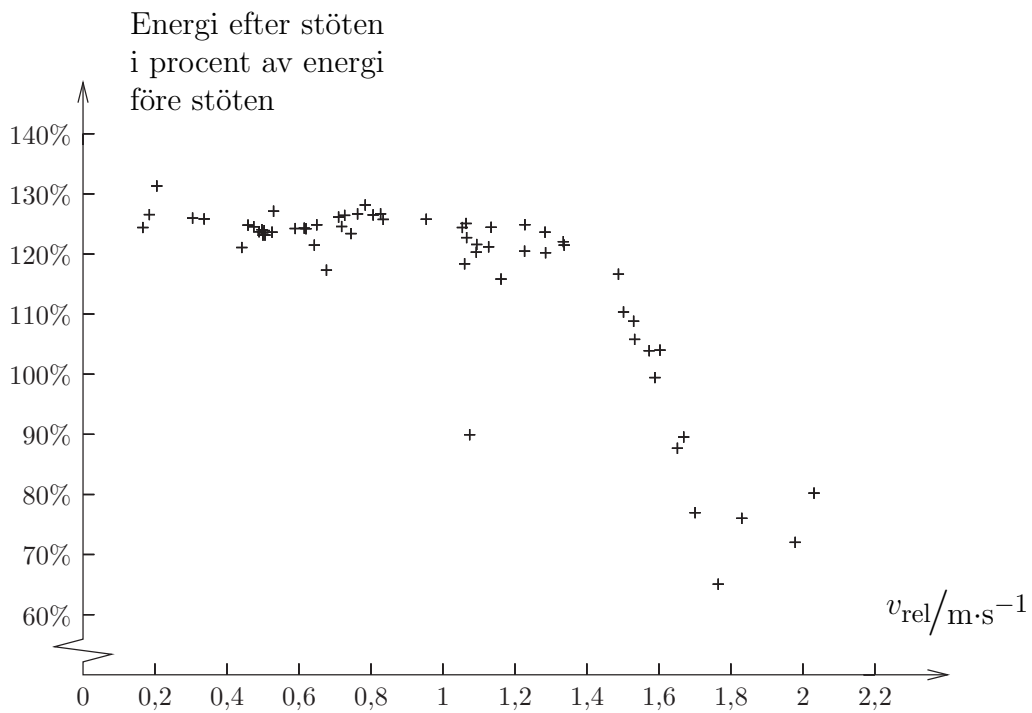
Utgående från positionsdatan från MacReflex-kameran bestämdes ryttarnas hastigheter före och efter stöten, vilket låter oss betrakta energibevarandet som en funktion av den relativa hastigheten v_{rel} . Energibevarandet framgår i figur 2 för fallet då den ena ryttaren stod stilla, och i figur 3 för fallet då båda ryttarna frontalkolliderar.

De beräknade värdena som ligger till grund för figurerna kan beskådas, tillsammans med bakomliggande data, på vår experimenthemsida[1].

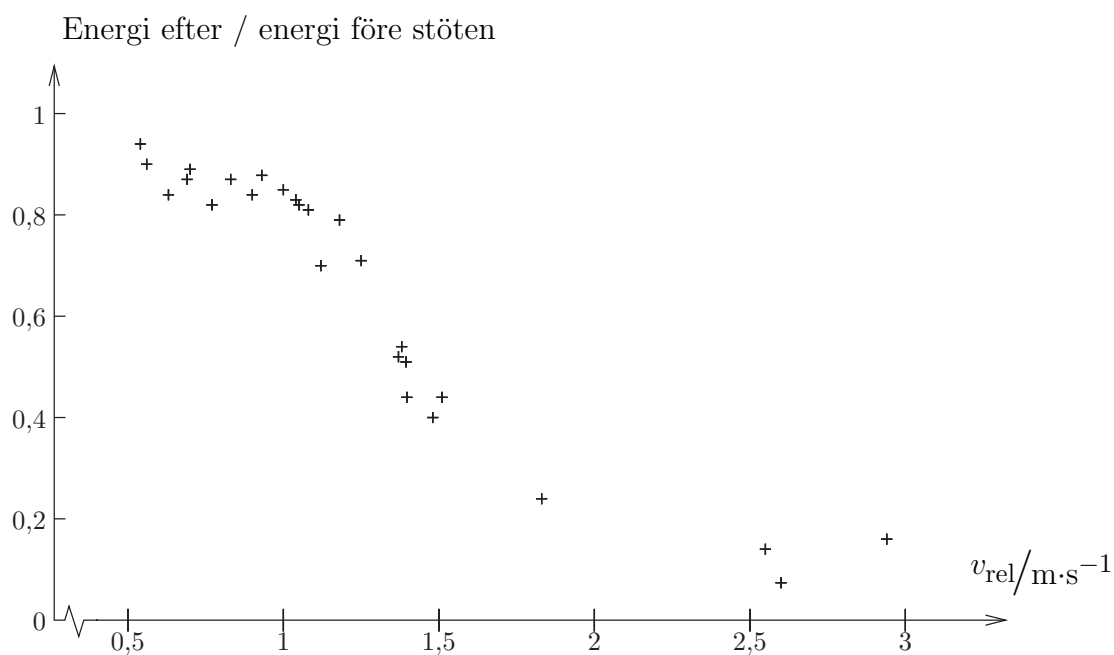
2.2.4 Diskussion

Resultatet tyder på att ökade hastigheter leder till ökade energiförluster. Vi bedömer att detta kan ha två principiella orsaker. Vid högre hastigheter utsätts gummibandet för större påfrestningar, och det beter sig då i högre grad plastiskt.[2] Men kanske ännu viktigare är att, vid tillräckligt höga hastigheter, gummibandet tänjs ut tillräckligt mycket för att den inkommande ryttaren skall slå i den andra i en direkt beröring. Detta leder då till ytterligare energiförluster.

I det fallet då en ryttare i rörelse träffade en stillastående ryttare kunde vi konstatera ett mer än hundraprocentigt energibevarande. Den enda aktör som skulle kunna tillföra energi i stötögonblicket är luftskenan, varför vi valde att testa även en mer symmetrisk kollision. Tanken var att detta skulle



Figur 2: Energi efter stöten i procent av energi före stöten för olika infallshastigheter. Två ryttare, varav den ena i vila, fick kollidera med varandra på ett luftbana. Lägg märke till att det faktiskt verkar tillföras energi i stötögonblicket. Den enda vi skulle kunna skylla för det är luftbanan, som ju skulle kunna tänkas påverka ryttarna olika när de har olika hastigheter relativt luftbanan. För att testa denna hypotes lät vi ryttarna kollidera med samma fart relativt luftbanan; resultatet av det experimentet kan beskådas i figur 3.



Figur 3: Energi efter stöten i förhållande till energi före stöten för olika relativa hastigheter. Två ryttare fick kollidera på en luftbana, båda med samma hastighet relativt banan. (Att de verkligen har samma hastighet relativt luftbanan åstadkoms genom att koppla ihop dem med en fjäder och släppa dem samtidigt; när de sedan har kommit tillräckligt nära varandra hoppar fjädern loss.) Till skillnad från situationen i figur 2 har det här inte tillförts någon energi i stöten.

minimera luftskenans inverkan genom att denna åtminstone skulle påverka de båda ryttarna på samma sätt. Som synes i figur 3 verkar denna strategi ha fungerat, och vi får ett energibevarande på 90–95% för låga infallshastigheter.

2.2.5 Slutsats

Slutsatsen för det endimensionella fallet är att om man vill så kan man relativt väl realisera en elastisk stöt. Man kan ganska enkelt minimera olika källor till energiförluster. Svårigheten växer dock med ökade hastighet. Ju högre hastighet i kollisionen desto större risk för plastiska förändringar i materialet som leder till energiförluster. Hur elastiskt material man än väljer, i detta fall var det gummi, så kan det pressas till plastiska förändringar. Ökade hastigheter leder också till ökade svårigheter att se till att övriga energiförluster minimeras. I detta fall så illustreras detta av att gummibandet till slut slog i sin hållare och på så vis förlorade energi.

Vi kan också dra slutsatsen att luftskenan kan vara en systematisk felkälla, som i figur 2 visar sig kapabel att tillföra mer än 30%-enheter energi i stötögonblicket vid en asymmetrisk kollision.

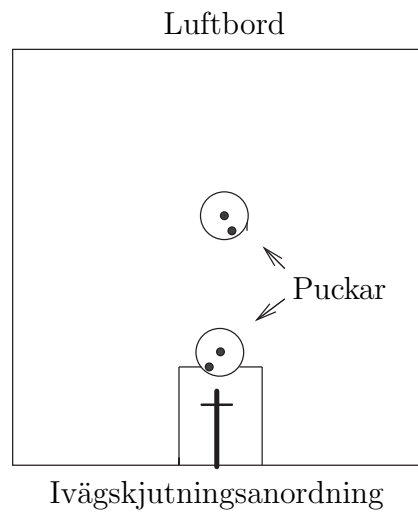
2.3 Stötar i två dimensioner

2.3.1 Experimentuppställning

Stötar i två dimensioner studerades på ett liknande sätt som stötar i en dimension. Luftskenan ersattes med ett luftbord och ryttarna med stålpuckar. Själva principen är dock fortfarande den samma. Stålpuckarna kolliderade med varandra och en MacReflex-kamera användes för att mäta puckarnas position under händelseförloppet. För att beräkna bevarad energi så behövs även puckarnas massor (i båda fallen $m = 28$ g) och radier ($r = 25$ mm). Uppställningen syns i figur 4.

2.3.2 Genomförande

Luftbordet var placerat på golvet. Det kalibrerades så att påverkan av gravitation skulle vara så liten som möjligt. MacReflex-kameran monterades på ett sådant sätt att den fotograferade händelseförloppet ovanifrån. De båda puckarna förseddes med vardera två bitar reflextejp — en i centrum och en ute i periferin — vars positioner sedermera kunde registreras med hjälp av MacReflex-kameran under hela förloppets gång. Genom att på detta sätt registrera två punkter per puck blir det också möjligt att beräkna puckarnas rotationshastigheter.



Figur 4: Luftbordet sett ovanifrån. Här kan vi ta hjälp av en ivägsjutningsanordning som bör göra det möjligt att åstadkomma något så när reproducerbara hastigheter. På puckarna har en speciell reflextejp häftats, som gör det möjligt för MacReflex-kameran att följa förloppet och ge oss färdiga färddata för var och en av de utmärkta punkterna.

I vårt experiment fick den ena pucken med fart kollidera med sin stillastående partner. Mot bakgrund av våra slutsatser i avsnitt 2.2 hade det naturligtvis varit önskvärt om vi kunnat skjuta ut dem på sådant sätt att båda hade samma fart relativt luftbordet; men nu hade vi bara tillgång till en utskjutningsanordning. (Denna anordning bestod i grova drag av en stomme och en fjäder.)

Vi varierade emellertid inte bara hastigheten nu. Även avståndet i sidled kunde varieras. Vi definierar detta avstånd som avståndet mellan puckarnas masscentra mätt vinkelrätt mot den anfallande puckens rörelseriktning, ögonblicket före kollision; och kallar avståndet d . (Detta avstånd räknas fram utgående från MacReflex-data, och kunde indirekt manipuleras genom att förflytta utskjutningsanordningen i sidled.) Anledningen till att d måste räknas fram är att pucken ofta gick lite snett över luftbordet, varför en omedelbar koppling mellan utskjutningsanordningens position och d skulle blivit ganska inexact.

2.3.3 Resultat

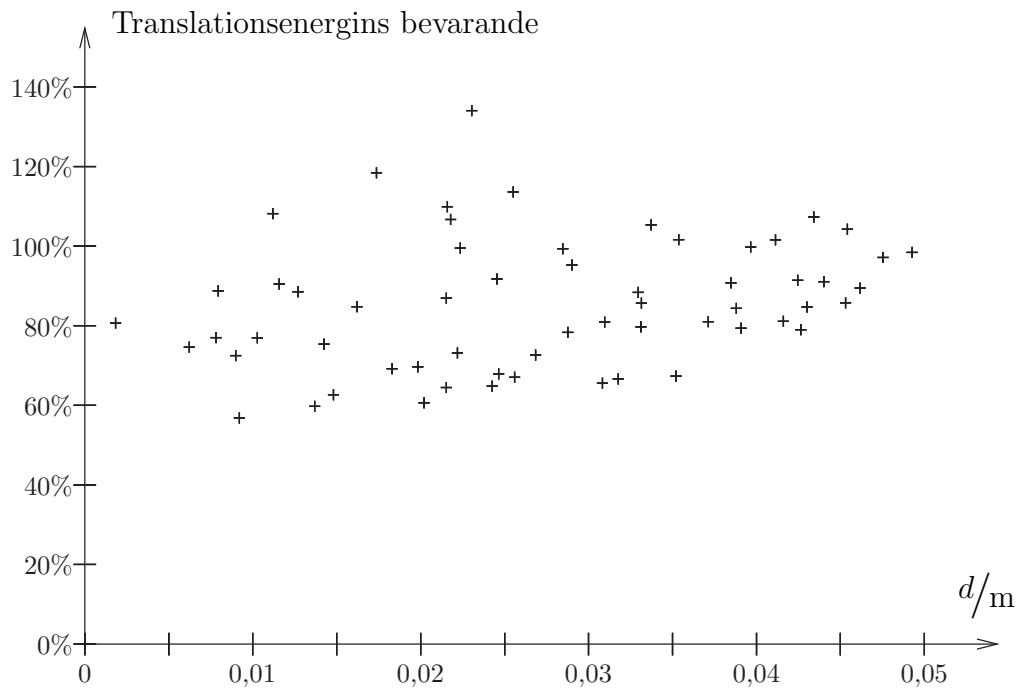
MacReflex-datan användes för att beräkna puckarnas translationsenergi, rotationsenergi, vinkelhastighet och translationshastighet före och efter stöten, samt avståndet d definierat ovan.

De båda oberoende variablerna är här den infallande puckens hastighet u_1 före stöten, samt avståndet d . Det vi är intresserade av är energibevarandekvoter — hur mycket energi vi får har efter kollisionen i förhållande till hur mycket vi stoppat in. Därför plottas translationsenergens bevarande som funktion av d i figur 5 för något så när konstanta infallshastigheter u_1 ; på motsvarande sätt i figur 6 för varierande u_1 och något så när konstant d . Det vi med störst säkerhet kan konstatera är att det föreligger en avsevärd spridning; dessa variabler kan inte ensamma förklara det uppmätta beteendet.

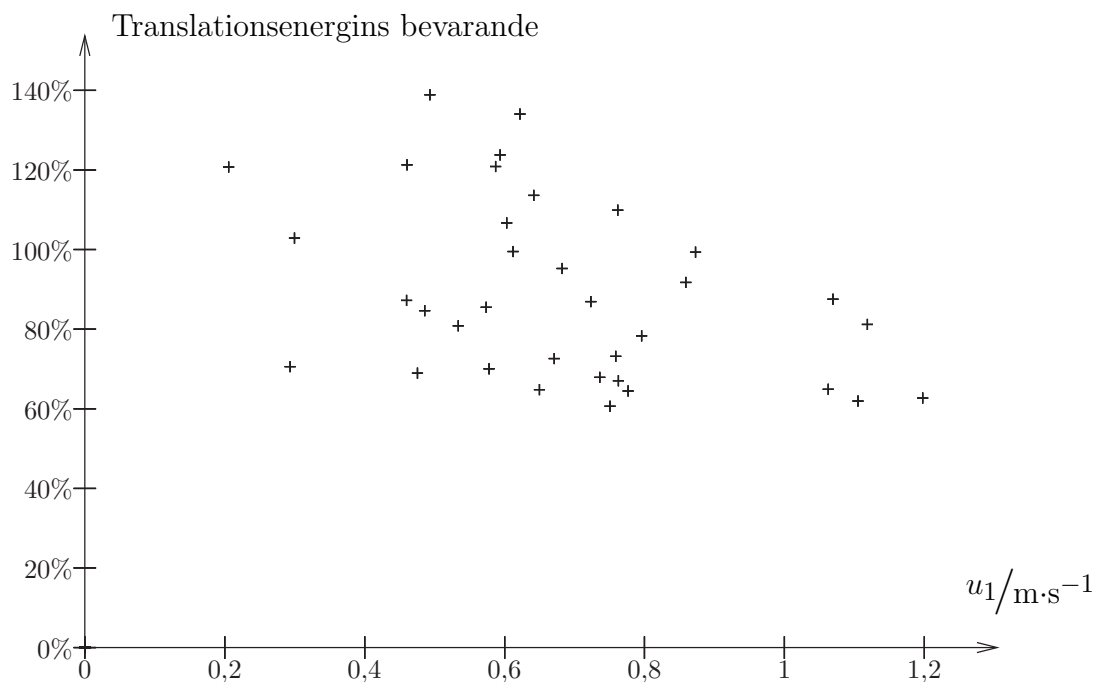
Rotationsenergin visar sig inte vara av så särdeles stor betydelse — på sin höjd ett par procent, vilket illustreras i figur 7.

2.3.4 Diskussion och slutsats

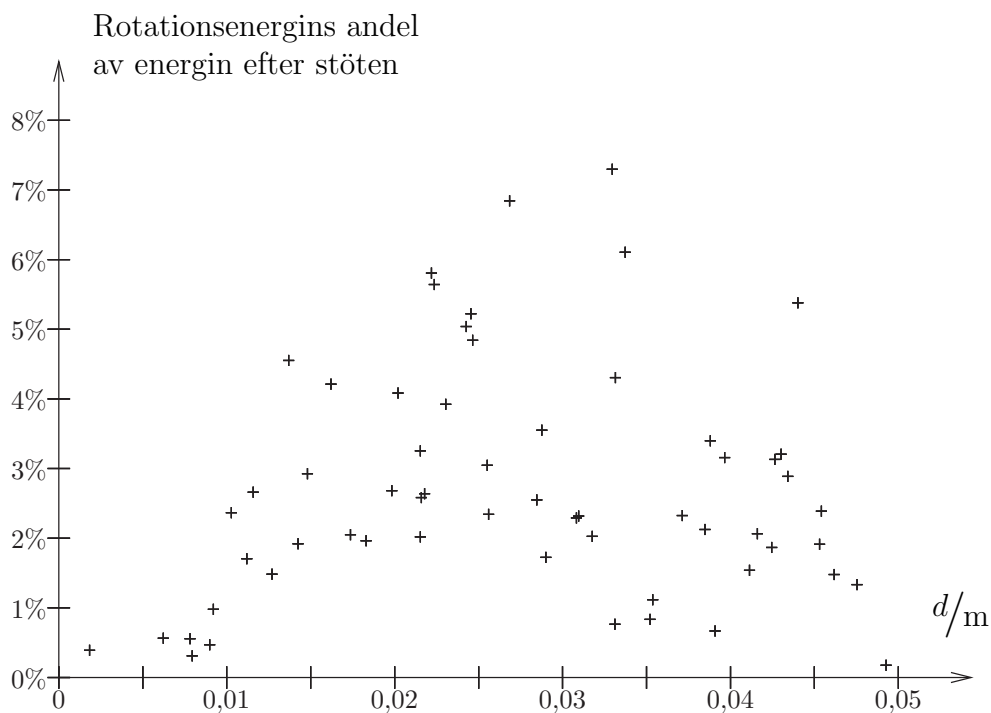
Det vi har kommit fram till är framför allt att det föreligger en stor spridning. Vi kan inte förklara uppkommen rotation uteslutande med vårt d , kanske inte ens huvudsakligen med vårt d (figur 7). Vi kan inte förklara translationsenergens bevarandegrad med hjälp av infallande hastighet u_1 eller med hjälp av d ; i båda fallen föreligger en stor spridning. Man skulle kunna argumentera för att det tydliga samband mellan stora infallande hastigheter och minskat energibevarande som vi uppmätte i det endimensionella fallet, inte över hu-



Figur 5: Bevarandet av translationsenergi som funktion av avståndet i sidled d . Avståndet d är avståndet mellan puckarnas centra, strax innan kollisionen, mätt vinkelrätt mot anfallande puckens rörelseriktning. För de här plottade punkterna ligger infallande hastigheten i intervallet 0,6 till 0,9 m/s. Det finns inget tydligt samband, även om spridningen i höjdlid verkar minska något med ökande d . Vi får ett antal värden vid eller över 100%, vilket innebär att det tillkommit energi i stöten. Jämför vi figurer 2 och 3 kan vi konstatera att en luftbana kan tillföra en hel del energi, även om vi i det tvådimensionella fallet inte lyckats se någon större systematik i den stora spridningen.



Figur 6: Bevarandet av translationsenergin som funktion av anfallande puckens fart u_1 före kollisionen. Här hålls avståndet d mellan puckarnas centra mätt vinkelrätt mot rörelseriktningen, i intervallet 0,02 till 0,03 m. Med lite vilja skulle man möjligen kunna se en avtagande trend, dock inget markant. Ser man till figur 2 och 3 sker det kraftiga avtagandet först vid hastigheter större än dem som vi rör oss med i detta diagrammet.



Figur 7: Rotationsenergins andel av den totala mekaniska energin efter stöten, som funktion av avståndet d . Vi kan ana att vi kan få mer rotation om kollisionen inte är "rakt på", dvs om vi har ett större d , men det framgår också att detta inte är den enda faktorn av betydelse. Det framgår också att rotationsenergin bara är några procent av den totala energin, och huruvida den tas med eller inte har inte någon signifikant inverkan på figurer som figur 5 eller 6.

vud taget vore att vänta i våra tvådimensionella mätserier: vi kommer helt enkelt inte upp i särskilt stora infallande hastigheter.

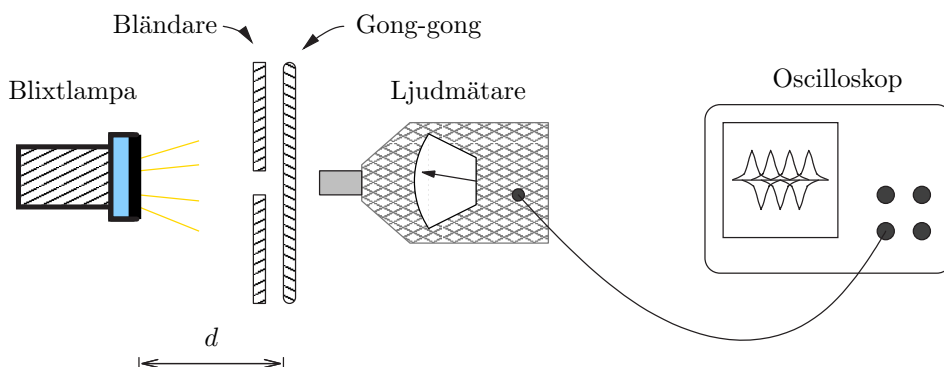
Att rotationsenergin skulle vara liten är ganska väntat. Det naturliga sättet att modellera förloppet är att approximera stöten som ögonblicklig och puckarna som perfekt cylindriska. I det fallet sker all impulsöverföring omedelbart i kontaktpunkten, och ingen friktion hinner uppstå; därmed skulle heller ingen rotation uppstå. En sådan modell är förstås lite väl förenklad, men samtidigt har vi inte kunnat konstatera särskilt stora rotationsenergier i vårt experiment.

Luftbordet är kanske den tydligaste felkällan, men till skillnad från hur luftskenan i det endimensionella fallet gav ett systematiskt fel, så verkar vi här inte kunna urskilja någon motsvarande systematik. Likafullt är det nog troligt att den stora spridningen skulle kunna skyllas på luftbordet. Man kan också ifrågasätta huruvida experimentet egentligen kan approximeras som tvådimensionellt, eftersom puckarna skulle kunna tänkas wobbla, eller på annat sätt avvika från rörelse strikt begränsad till ett plan.

3 Extrauppgift

I grunduppgiften studerade vi hur väl vi kan bevara energi och rörelsemängd, och fann att energins bevarande beror på de kolliderande objektens relativa hastigheter, deras rörelseenergier, innan stöten. I extrauppgiften valde vi att studera huruvida så även är fallet då ljus från en blixtlampa infaller mot en gong-gong: de infallande fotonerna överför en viss rörelsemängd och en viss energi till gong-gongen, som vi sedan kan registrera genom att mäta det ljud som gong-gongen då ger ifrån sig. Frågan är då om energiöverföringen från ljus till ljud sker med samma andel bevarad energi, oberoende av hur mycket energi som kommer in.

(Det kan dock anmärkas att detta inte var vår ursprungliga plan för extrauppgiften. Från början hade vi tänkt mäta hur stor andel av energin som överförs från ljus till gong-gongsljud, något som visade sig omöjligt eftersom att vare sig vi eller vår handledare kunde klura ut vad det egentligen är för enhet som vår ljudupptagningsutrustning gav ifrån sig — annat än att den gav oscilloskopet något helt väsensskilt från vad den visade på skärmen; på skärmen visades ljudnivån i decibel, medan oscilloskopet fick amplituden i okänd enhet. I avsaknad av manual och utrustning med vilken man skulle kunna försöka sig på en kalibrering, valde vi att lämna denna ursprungliga tanke därhän. En annan sak som vi funderade på att göra, innan vi fick tillgång till labbet, var att studera frekvensinnehållet i blixten och jämföra med frekvensinnehållet i det erhållna ljudet, och måhända säga något om vilka av



Figur 8: Uppställning i extrauppgiften. Figuren är inte helt skalenlig.

gong-gongens svängningslägen vi får ut och varför. För detta ändamål hade vi fått en fotodiod, som vi kopplade till oscilloskopet. Nu visade sig blixtlampan vara för stark och för snabb för att fotodioden skulle kunna hänga med: utsignalen slog i taket och vi fick ganska perfekta fyrkantspulser från fotodioden, vars längd i tiden berodde på hur mycket energi som kom in. Vi fick helt enkelt överge även den idén.)

3.1 Experiment

För att enkelt kunna variera det infallande ljusets intensitet monterar vi in en bländare; ljusintensiteten mot gong-gongen är sedan proportionell mot $1/d^2$, där d är avståndet mellan gong-gongen och blixtlampan (se även figur 8). På andra sidan gong-gongen placerar vi vår ljudmätare, ansluten till ett oscilloskop. Om energiöverföringen är oberoende av infallande energi, skall även den uppmätta ljudnivån avta som $1/d^2$.

Ljudtrycket som registreras av ljudmätaren läses sedan in i oscilloskopet — i det här läget är enheten okänd. Vi kvadrerar ljudtrycket och summerar över mätintervallet (0,1 s med sampling varje 0,1 ms) för att få något som är proportionellt mot själva ljudintensiteten. Vi gör även några helt "tysta" mätningar, för att kunna subtrahera bakgrundsljudet.

3.2 Resultat

I en första mätning fick vi otroligt bra överensstämmelse med en $1/d^2$ -kurva (se figur 9) — bättre än vad man kan vänta sig på grund av svårigheten att mäta upp d exakt. När vi väl konstaterat en sådan fin överensstämmelse tänkte vi ta några värden till för att fylla i kurvan lite med fler mätvärden. Men måhända hade vi rubbat uppställningen, eller gjort något systematiskt

fel den andra gången, för som synes i figur 10 var överensstämmelsen inte alls lika god denna gången. Plottar man båda mätningarna i samma diagram (figur 11) så kan vi dock fortfarande konstatera en mycket god överensstämmelse med en $1/d^2$ -kurva, vilket bekräftar att energiöverföringen inte verkar ha berott på den infallande energin.

3.3 Diskussion

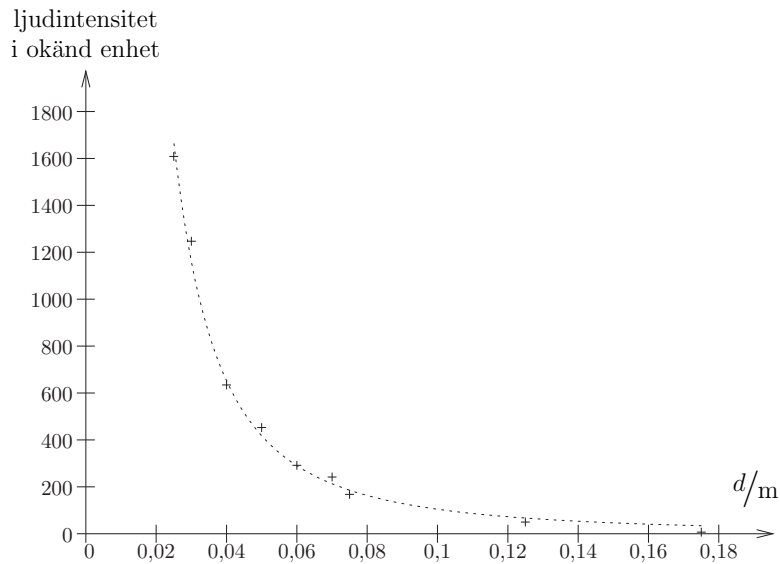
Det bör anmärkas att ljudmätaren ställdes in med ett A-filter[3], vilket gör att den uppmätta ljudnivån stämmer bättre överens med vad det mänskliga örat skulle höra — samtidigt så kan man inte direkt sluta sig till variationer i energin utgående från variationer i ljudnivån: det förutsätter att det inte skett någon förskjutning av ljudets frekvensinnehåll. Vi utgår från att vi exciterar samma svängningsmoder hos gong-gongen oavsett avståndet d — ett antagande som bekräftas av det mänskliga örat — vilket innebär att vi får samma frekvensinnehåll och kan använda förändringar i ljudnivån som ett mått på förändringar i ljudenergin.

Varför då inte bara ta ett linjärt filter och slippa fundera över frekvensinnehåll? Jo, det visar sig att ljudet från gong-gongen då formligen drunknar i en mycket högljudd signal på cirka 5 Hz (som vi naturligtvis inte kan höra). Här skulle man ju kunna tycka att man borde kunna köra med ett linjärt filter och sedan använda frekvensanalys för att plocka bort denna störsignal, men problemet är att vi då måste ställa ljudmätaren i ett okänsligt läge, ett läge tänkt att mäta höga ljud, vilket gör att vi får svårigheter med gong-gongens relativt beskedliga ljudnivåer.

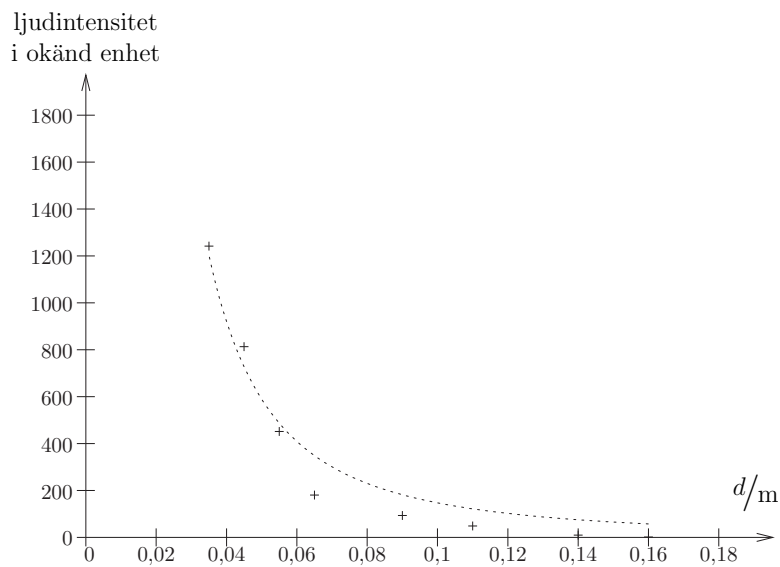
Det är lätt att givet den utomordentligt fina överensstämmelsen i den första mätserien (figur 9) beklaga hur illa den andra mätserien gick. Men faktum är att det är ganska svårt att mäta d ordentligt. Måttbandet måste bringas i precis kontakt med gong-gongen, och sedan åter avlägsnas — utan att rubba blixtlampans position — innan man trycker av, för att inte gong-gongens rörelse skall dämpas av kontakten med måttbandet. Det gäller att vara stadig på handen. Hänsyn taget till denna övning i extrem precision, är den andra mätserien ändå inte så dålig, och den första framstår som en formidabel uppvisning i exakthetens konst. På vanlig svenska: vi anser inte att den andra mätserien vederlägger den fina slutsats vi drog efter den första.

3.4 Slutsats

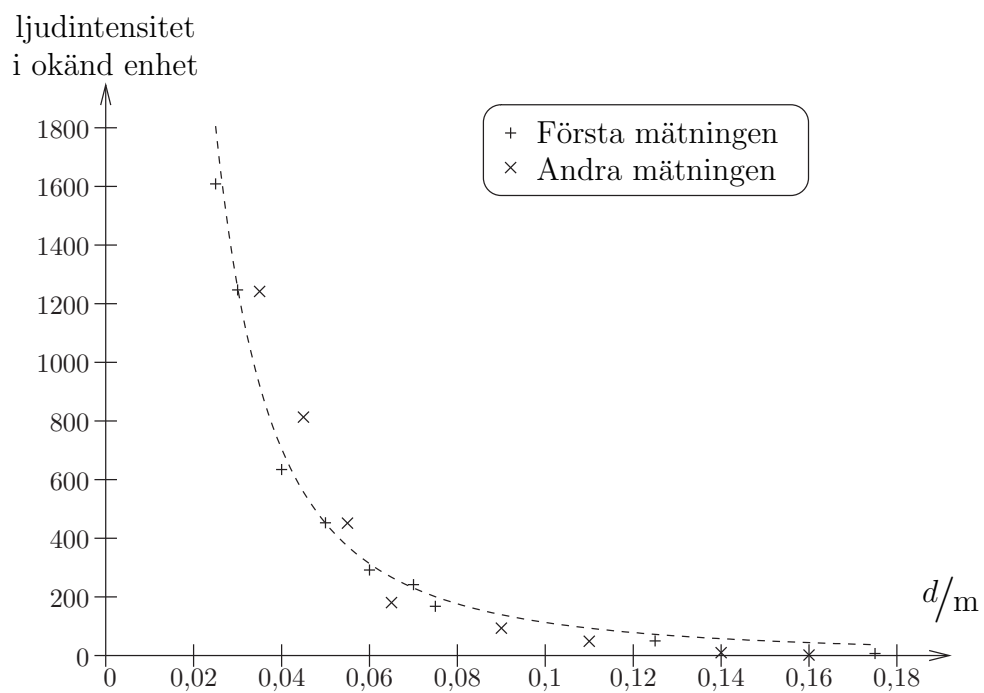
Energiöverföringen sker lika effektivt oberoende av hur mycket energi som infaller.



Figur 9: Ljudintensitet som funktion av avståndet d från gong-gongen, första mätserien. Då man anpassar en $1/d^2$ -kurva till mätserien finner man en slående fin överensstämmelse.



Figur 10: Ljudintensiteten som funktion av avståndet d från gong-gongen, andra mätserien. En $1/d^2$ -kurva (inritad på bilden) passar nu mycket sämre, och det hela beter sig snarare som en $1/d^3$ -kurva.



Figur 11: Ljudintensitet som funktion av avståndet d från gong-gongen, båda mätserierna. Då en $1/d^2$ -kurva anpassas till båda mätserierna erhålles ett resultat som inte skiljer sig så mycket från den första mätserien.

Referenser

- [1] Den här rapportens hemsida,
<http://www.dd.chalmers.se/~von/expfys1C/>
- [2] Engelska Wikipedia: *Plasticity (physics)*
http://en.wikipedia.org/wiki/Plasticity_%28physics%29
- [3] Engelska Wikipedia: *A-weighting*, 2007-05-29
<http://en.wikipedia.org/wiki/A-weighting>