## 2006–12–01

□ Pulsfall (speglar lågfrekvensegenskaper).

Betrakta följande överföringsfunktion:

$$H(s) = \frac{U_{\mathrm{ut}}}{U_{\mathrm{in}}}(s) = \frac{s\,\tau}{1 + s\,\tau}$$

$$U_{\mathrm{in}}(s) = \frac{A_0}{s} \quad \text{(Ett steg som insignal)}$$

Stegsvar:

$$U_{\mathrm{ut}}(s) = U_{\mathrm{in}}(s) \cdot H(s) = \frac{A_0}{s + \frac{1}{\tau}}$$

Invers Laplacetransform:

$$u_{\mathrm{ut}}(t) = A_0 \cdot \mathrm{e}^{-t/\tau} \cdot \theta(t)$$

Om vi betraktar fall där $\Delta t \ll \tau$ kan vi anta att amplituden avtar linjärt.

$$u_{\mathrm{ut}}(t) = A_0\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) \cdot \theta(t)$$

⟨fig2⟩ Relativt pulsfall:

$$\frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\%$$

Geometri ger:

$$\frac{\Delta t}{A_0 - A_1} = \frac{\tau}{A_0} \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{rel}} = \frac{\Delta t}{\tau} \cdot 100\%$$

Med

$$H(s) = \frac{\tau\, s}{1 + s\,\tau} = \left[\tau = \frac{1}{\omega_u}\right] = \frac{\frac{s}{\omega_u}}{1 + \frac{s}{\omega_u}}$$

$$H(\mathrm{i}\omega) = \frac{\mathrm{i}\,\frac{\omega}{\omega_u}}{1 + \mathrm{i}\,\frac{\omega}{\omega_u}}$$

⟨fig3⟩.

För en första ordningens högpasslänk (med en pol) blir

$$P_{\mathrm{rel}} = \Delta t \cdot \omega_u \cdot 100\%$$

Vid kaskadkoppling av flera steg skall pulsfallen adderas.

$$P_{\mathrm{rel,tot}} = P_{1,\mathrm{rel}} + P_{2,\mathrm{rel}} + \cdots + P_{n,\mathrm{rel}}$$

**Sammanfattning**

Vår analys av stigtid och pulsfall förutsätter reella poler både vid låga och höga frekvenser. Vi har dessutom ett frekvensområde med konstant förstärkning mellan både övre och undre brytvinkelfrekvenser (väl separerade poler).

*Stigtid*: Ett mått på HF-egenskaper.

*Pulsfall*: Ett mått på LF-egenskaper. ⟨fig4⟩.

**Uppgift G2.** ⟨fig5⟩.

Ideal operationsförstärkare, negativ återkoppling $\Rightarrow \varepsilon = 0$, $i_{\mathrm{op}} = 0$.

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{s\,C_1} = \frac{1 + s\,R_1\,C_1}{s\,C_1}$$

$$Z_2 = R_2 \| \frac{1}{s\,C_2} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{s\,C_2}}{R_2 + \frac{1}{s\,C_2}} = \frac{R_2}{1 + s\,R_2\,C_2}$$

Kretsekvationer:

$$\mathrm{KCL_A}: \qquad \frac{U_{\mathrm{in}}}{Z_1} + \frac{U_{\mathrm{ut}}}{Z_2} = 0$$

$$\frac{U_{\mathrm{ut}}}{U_{\mathrm{in}}} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2 \cdot s\,C_1}{(1 + s\,R_2\,C_2)\left(1 + s\,R_1\,C_1\right)} =$$

$$= -\frac{s\,R_2 C_1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1\,C_1} = \ldots = 100\,\mathrm{rad/s}, \quad \omega_2 = \frac{1}{R_2\,C_2} = \ldots = 66.7 \cdot 10^3\,\mathrm{rad/s}$$

Amplituddiagram (Bode). Studera

$$\left|\frac{U_{\mathrm{ut}}}{U_{\mathrm{in}}}\right|_{s = \mathrm{i}\omega}$$

Väl separerade poler.

Stigtid: $\omega_2\,t_r = 2.2$ för ett steg. Kaskadkoppla tre förstärkarsteg.

1) $t_{r,\mathrm{tot}} \approx 1.1\sqrt{3 \cdot t_r^2} = 1.1\sqrt{3} \cdot \frac{2.2}{\omega_2} = \ldots = 63\mu\mathrm{s}$.

2) $\omega_{\text{ö},\mathrm{tot}} = \omega_2\sqrt{2^{\frac{1}{3}} - 1}$, $t_{r,\mathrm{tot}} \approx 2.2/\omega_{\text{ö},\mathrm{tot}} = \ldots = 65\mu\mathrm{s}$.

Pulsfall: Ett steg: $P_{1,\mathrm{rel}} = \Delta t \cdot \omega_1 = \ldots = 5\%$

Kaskadkoppling av tre steg: (Pulsfall additivt.) $P_{\mathrm{rel,\,tot}} = 3 \cdot 5\,\% = 15\%$.

**Uppgift A4** ⟨fig7⟩

Ideal operationsförstärkare, negativ återkoppling: $\varepsilon = 0$. $i_{\mathrm{op}} = 0$, ty inresistansen är oändlig.

Bestäm $u_{\mathrm{ut}} = f(u_1, u_2)$.

Spänningsdelning:

$$u = u_2\,\frac{R}{R + R} = \frac{u_2}{2}$$

KCL:

$$\frac{u_1 - u}{2\,R} + \frac{u_{\mathrm{ut}} - u}{20R} = 0$$

$$10\,u_1 - 10\,u + u_{\mathrm{ut}} - u = 0$$

$$u_{\mathrm{ut}} = 11\,u - 10\,u_1 = \frac{11}{2}\,u_2 - 10\,u_1$$

$$\mathrm{CMRR} = \left|\frac{A_{\mathrm{DM}}}{A_{\mathrm{CM}}}\right|$$

■ Förstärkning DM-signal ($A_{\mathrm{DM}}$).

Låt $u_{\mathrm{CM}} = 0$, $u_1 = -u_2 = \frac{u_{\mathrm{DM}}}{2}$.

$$u_{\mathrm{ut,DM}} = \frac{11}{2}\Big(-\frac{u_{\mathrm{DM}}}{2}\Big) - 10\,\frac{u_{\mathrm{DM}}}{2} = -\frac{31}{4}\,u_{\mathrm{DM}}$$

$$A_{\mathrm{DM}} = \frac{u_{\mathrm{ut,DM}}}{u_{\mathrm{DM}}} = -\frac{31}{4}$$

□ Förstärkning CM-signal.

Låt $u_{\mathrm{DM}} = 0 \Rightarrow u_1 = u_2 = u_{\mathrm{CM}}$.

$$u_{\mathrm{ut,CM}} = \frac{11}{2}\,u_{\mathrm{CM}} - 10\,u_{\mathrm{CM}} = -\frac{9}{2}\,u_{\mathrm{CM}}$$

$$A_{\mathrm{CM}} = \frac{u_{\mathrm{ut}}}{u_{\mathrm{DM}}} = -\frac{9}{2}$$

$$\mathrm{CMRR} = \frac{31/4}{9/2} = \frac{31}{18}$$

**Uppgift G10** ⟨fig8⟩

Ideala operationsförstärkare, negativ återkoppling: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$.

Kretsekvationer:

$$\mathrm{KCL_A}: \quad \frac{u_{\mathrm{in}} - u_{\mathrm{ut}}}{8R} - \frac{u_{\mathrm{ut}}}{8\,R} + \frac{u - u_{\mathrm{ut}}}{1/s\,C} = 0$$

$$\mathrm{KCL_B} = \frac{u}{R} + \frac{u_{\mathrm{ut}}}{1/s\,C} = 0$$

$$u_{\mathrm{in}} = 2\,u_{\mathrm{ut}} - (u - u_{\mathrm{ut}})\,8\,s\,R\,C$$

$$u_{\mathrm{in}} = u_{\mathrm{ut}}(2 + 8\,s\,R\,C) - u\,8\,s\,R\,C$$

Ur den andra ekvationen har vi $u = -s\,R\,C \cdot u_{\mathrm{ut}}$:

$$u_{\mathrm{in}} = u_{\mathrm{ut}}(2 + 8\,s\,R\,C + 8\,s^2\,R^2\,C^2)$$

$$\frac{u_{\mathrm{ut}}}{u_{\mathrm{in}}} = \frac{1}{2 + 8\,s\,R\,C + 8\,s^2\,R^2\,C^2} = \frac{\frac{1}{8\,R^2 C^2}}{s^2 + s\,\frac{1}{\mathrm{RC}} + \frac{1}{4\,R^2\,C^2}} = \left[\omega_0 = \frac{1}{2\,R\,C}\right] =$$

$$= \frac{K}{s^2 + 2\,\omega_0\,s + \omega_0^2} = \frac{K}{(s + \omega_0)^2}$$

En förstärkare, $F_1$. Bandbredd: (Betrakta $F_1$ som en kaskadkoppling av två st första ordningens länkar). Bandbredd: $\omega_{ö} = \omega_0\sqrt{2^{\frac{1}{2}} - 1} = \frac{1}{2\,RC}\sqrt{2^{\frac{1}{2}} - 1}$.

Tre förstärkare kaskadkopplas:

$$F_3 = F_1 \cdot F_1 \cdot F_1 = \frac{k^3}{(s + \omega_0)^6}$$

Motsvarar en kaskadkoppling av sex st lika första odrningens system.

$$\omega_{ö,\mathrm{tot}} = \omega_0\sqrt{2^{\frac{1}{6}} - 1}$$

$$t_{r,\mathrm{tot}} \approx \frac{2.2}{\omega_{ö,\mathrm{tot}}} = \frac{2\,RC \cdot 2.2}{\sqrt{2^{\frac{1}{6}} - 1}} = \ldots = 12.6\,RC$$

Alternativt: stigtid för ett första ordningens steg $t_r = 2.2/\omega_0$. Kaskadkoppling $(n = 6)$:

$$t_{r,\mathrm{tot}} = 1.1\sqrt{6 \cdot t_r^2} = 1.1\sqrt{6} \cdot \frac{s.s}{\omega_0} = 1.1\sqrt{6} \cdot 2.2 \cdot 2\,RC = \ldots = 11.9\,RC$$