## 2006–11–01

**Parallellkoppling av resistanser** ⟨fig1⟩.

KCL:

$$i_p = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

$$u = R_1 \cdot i_1 = R_k \cdot i_k, \quad k = 1, ..., n$$

eller

$$i_k = u \cdot G_k \quad \text{där } G_k = \frac{1}{R_k}$$

$$i_p = u(G_1 + G_2 + \cdots + G_n)$$

$$u = \frac{i_p}{\sum_{k=1}^{n} G_k} = \frac{i_p}{G_p} = i_p \cdot R_p$$

$$R_p = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} G_k} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_p} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}$$

Vi får ⟨fig2⟩. För $n = 2$ ⟨fig3⟩

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Det går inte att seriekoppla strömkällor (om de inte har samma värde). Det går inte att parallellkoppla spänningskällor (om de inte har samma värde).

Parallellkoppling av strömkällor. ⟨fig3⟩. KCL i nod A

$$i_p = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

Vi får ⟨fig4⟩.

$$i_p = \sum_{k=1}^{n} i_k$$

**Spänningsdelning** ⟨fig5⟩. Vi har samma ström genom alla resistanser.

KVL + Ohms lag ger

$$-u + u_1 + \cdots + u_k + \cdots + u_n = 0$$

$$u_l = i \cdot R_l \quad l, = 1, ..., n$$

$$u = i(R_1 + R_2 + \cdots + R_n)$$

$$i = \frac{u}{\sum_{k=1}^{n} R_k}$$

$$u_k = i \cdot R_k = \frac{u R_k}{\sum_{l=1}^{n} R_l}$$

Spänningsdelningsformeln:

$$u_k = u \cdot \frac{R_k}{\sum_{l=1}^{n} R_l}$$

För $n=2$ ⟨fig6⟩. Vi får

$$u_1 = u \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$u_2 = u \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Obs! Fungerar endast om vi har samma ström genom resistanserna.

**Strömdelning** ⟨fig7⟩.

$$R_k = \frac{1}{G_k}$$

KCL:

$$i_s = i_1 + \cdots + i_k + \cdots + i_n$$

$$i_k = u \cdot G_k, \quad k = 1, \ldots, n$$

$$i_s = u \cdot (G_1 + G_2 + \cdots + G_n) = u \cdot \sum_{l=1}^{n} G_l$$

$$u = \frac{i_k}{G_k}$$

$$i_s = \frac{i_k}{G_k} \cdot \sum_{l=1}^{n} G_l$$

$$i_k = i_s \cdot \frac{G_k}{\sum_{l=1}^{n} G_l}$$

Exempel. $n=2$. ⟨fig8⟩.

$$i_1 = i_s \frac{G_1}{G_1 + G_2} = i_s \cdot \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = i_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

På samma sätt fås

$$i_2 = i_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Obs! Vid strömdelning: Vi måste ha samma spänning över alla resistanser.

**Superposition.** I ett linjärt nät med flera oberoende källor kan varje grenström/grenspänning beräknas genom att summera bidragen från varje *oberoende* källa då övriga *oberoende* källor nollställs. Om kretsen innehåller beroende källor behålls dessa aktiva och tas med i beräkningarna på vanligt sätt.

**Ekvivalenta tvåpoler.** En godtycklig tvåpol uppbyggd av oberoende och beroende källor samt resistanser kan representeras av en ekvivalent tvåpol enligt figur 9 (Thevenins ekvivalenta tvåpol) eller enligt figur 10 (Nortons ekvivalenta tvåpol).

$$\begin{cases} u_{\text{oc}}\text{:} & \text{tomgångsspänning över polerna A-B (oc = \textit{open circuit}).} \\ i_{\text{sc}}\text{:} & \text{kortslutningsström genom A-B } (R_L = 0)\text{. sc= \textit{short circuit}.} \\ R_o\text{:} & \text{tvåpolens inre resistans sed ifrån polerna A-B, med källor nollställda.} \end{cases}$$

Det ursprungliga nätet kan ersättas med en Thevenins eller Nortons ekvivalenta tvåpol så att dess inverkan utåt sett blir ekvivalent. Då måste tomgångsspänningen $u_{\text{oc}}$ och kortslutnignsspänningen $i_{\text{sc}}$ i de två ekvivalenta näten vara samma. Ur Thevenins tvåpol fås

$$i_{\text{sc}} = \frac{u_{\text{oc}}}{R_o}$$

som ger sambandet mellan Nortons och Thevenins tvåpoler.

Beräkningsgång ("2 av 3")

1. Beräkna tomgångsspänning, $u_{\text{oc}}$ (obelastad tvåpol, "$R_L = \infty$").

2. Kortslut vid polerna och berkäna kortslutningsströmmen $i_{\text{sc}}$.

3. Beräkna inre resistans $R_o$, sedd från polerna A-B med oberoende källor nollställda.

Samband: $u_{\text{oc}} = R_o \cdot i_{\text{sc}}$.

**Problem 5.1.** Bestäm nätets ekvivalenta tvåpol (Thevenin). $\langle$fig11$\rangle$. $i_0 = 2\text{A}, u_0 = 10\text{V}, R = 2\Omega$. Beräkna tomgångsspänningen $u_{\text{oc}}$. Superposition.

1. Bidrag från $u_0$, $i_0$ nollställs. $2R$ och $R$ ligger då i serie. Spänningsdelning:

$$u_1 = u_0 \cdot \frac{R}{R + 2\,R} = \frac{1}{3}u_0$$

2. Bidrag från strömkällan, nollställ spännignskällan. Ersättningsresistans:

$$R_p = \frac{R \cdot 2\,R}{R + 2\,R} = \frac{2}{3}R$$

$$u_2 = i_0 \cdot R_p = i_0 \cdot \frac{2R}{3}$$

3. Beräkna inre resistans $R_o$ då oberoende källor nollställs. $R$ parallellt med $2R$.

$$R_0 = \frac{2}{3} \cdot R$$

Thevenins ekvivalenta tvåpol $\langle$fig12$\rangle$.