

2006–10–30

Viktiga begrepp: ström, spänning, (effekt, laddning).

### Ström

Ström,  $i$ , är mängd elektrisk laddning som per tidsenhet passerar en tvärsnittsytta i en ledare.

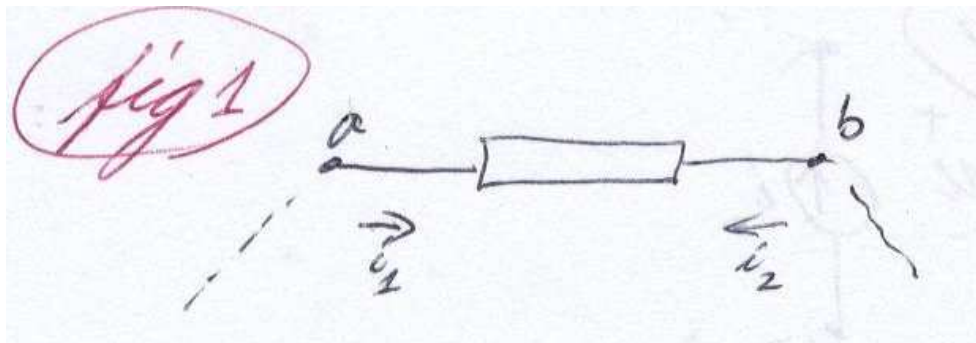
$$i = \frac{dq}{dt}$$

Ström, per definition, betecknar flöde av positiva laddningar.

Teckna en ström med

- ett värde (variabel)
- riktning (referens)

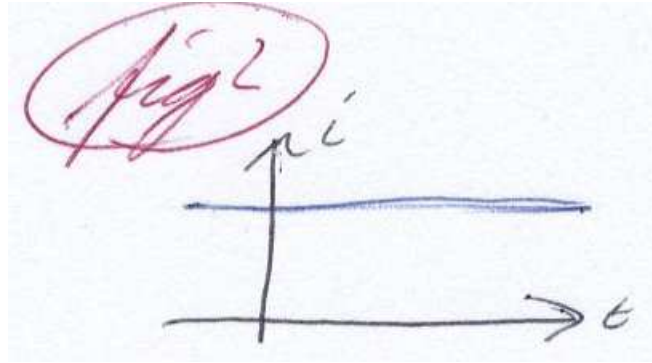
EXEMPEL (fig1).



Figur 1.

$i_1$  är laddningsflöde från  $a$  till  $b$ .  $i_2$  är laddningsflöde från  $b$  till  $a$ . Strömmarna har samma storlek, men olika riktning.  $i_1 = -i_2$ .

Om strömmen är konstant talar man om **likström**. (DC: *direct current*). (fig2).



**Figur 2.**

Vanligen betecknas likström med stor bokstav ( $I, I_1, I_2, \dots$ ). En ström som varierar över tid betecknar man med liten bokstav,  $i(t), i_1(t), i_2(t), \dots$

En sinusformad ström kallas för **växelström**. (AC: *alternating current*).

Samband mellan ström  $i$  och laddning  $q$ :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau + \int_0^t i(\tau) d\tau = q(0) + \int_0^t i(\tau) d\tau$$

där  $q(0)$  är begynnelseladdningen, laddningen vid  $t=0$ .

Enhet i SI-systemet:

Elektrisk ström: ampere (A).

Elektrisk laddning: coulomb (C).  $1 \text{ C} = 1 \text{ As}$ .

## Spänning

Laddningstransport av laddning i ett nät innebär ett arbete. Detta arbete är proportionellt mot spänningen.

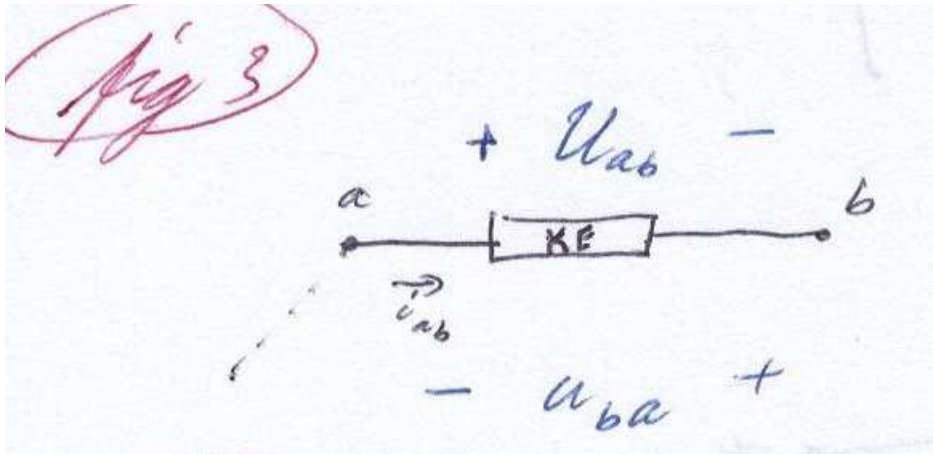
$$u = \frac{dw}{dq}$$

Energi per laddningsenhet.

En spänning betecknas med

- ett värde (variabel)
- polaritet (referens)

EXEMPEL. (fig3).



Figur 3.

Spänningarna har samma storlek men omvänd polaritet.  $u_{ab} = -u_{ba}$

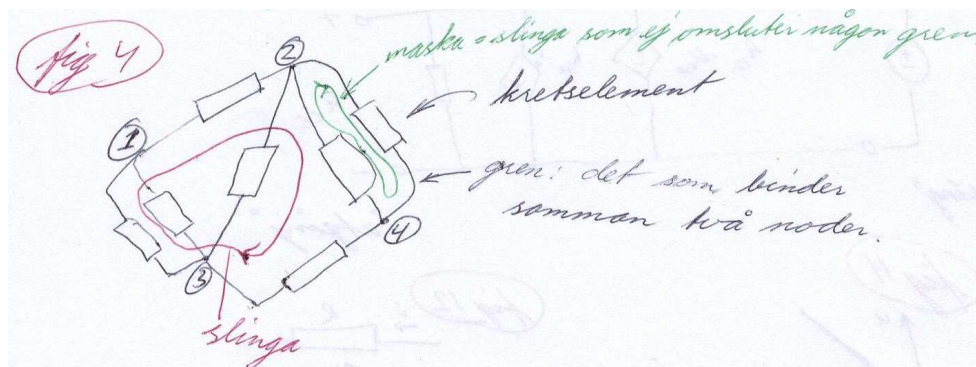
Enehet för spänning: volt (V).  $1 \text{ V} = 1 \frac{\text{J}}{\text{A s}}$ .

### Vokabulär

- ström igenom ett kretselement (KE i (fig3)),  $i_{ab}$ .
- spänning över ett kretselement (KE),  $u_{ab}$ .

### Elektriska nät

Begrepp. (fig4),

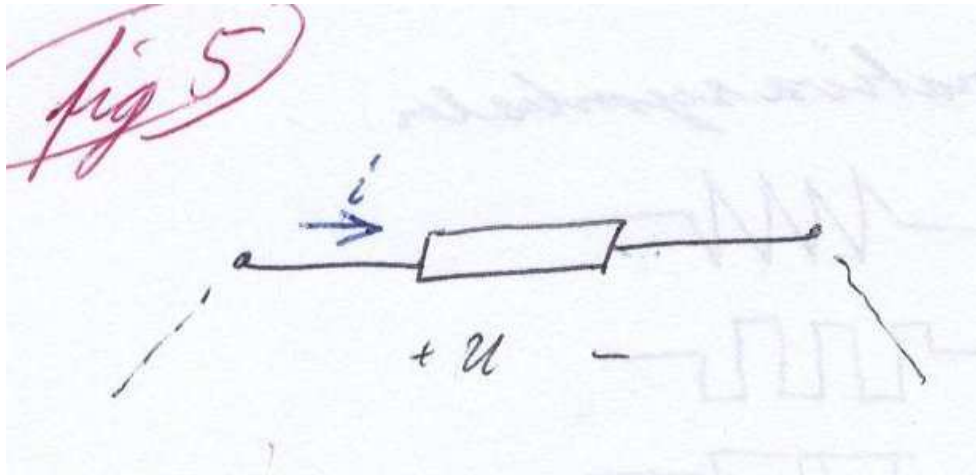


Figur 4.

Noder: 1, 2, 3, 4. Slinga = varje sluten väg i nätet.

En gren består av kretselement och anslutningstrådar (som antas vara resistanslösa (ideala)).

OBS! Referensriktningar på spänningar ("+" - ") och strömmar ( $\rightarrow$ ) kan väljas godtyckligt och oberoende av varandra. Det kan vara praktiskt att använda så kallade samordnade referensriktningar. "Strömmen går in vid plustecknet hos spänningen  $u$ ". (fig5).

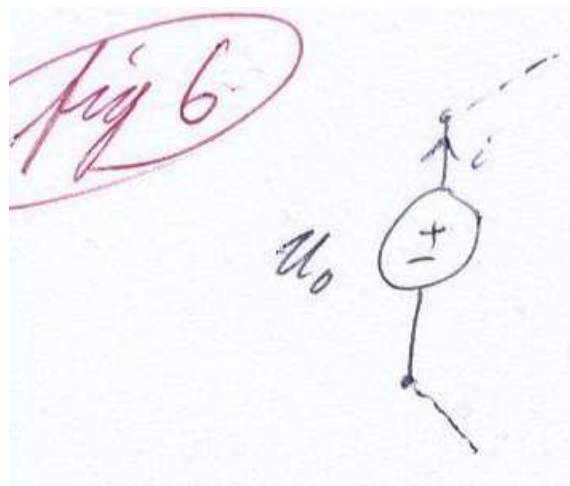


Figur 5.

Viktigt vid beräkning av effekten.

### Kretselement

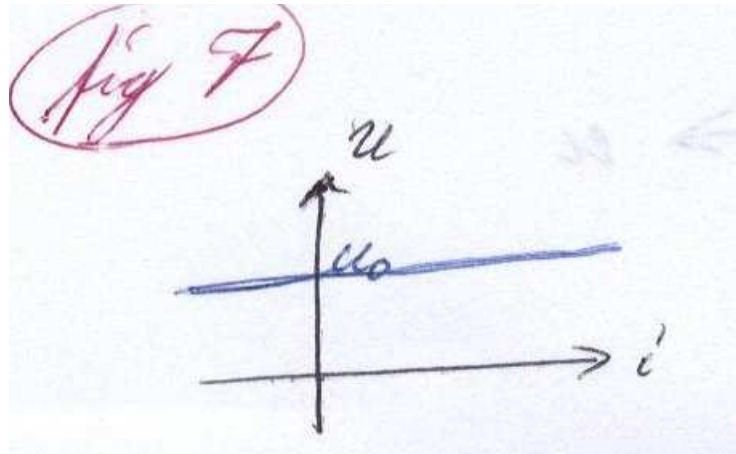
- Oberoende spänningskälla: Symbol: (fig6).



Figur 6.

Levererar spänningen  $u_0$ , oberoende av strömmen  $i$ . Ström  $i$ : beror på utseendet hos resten av nätet (måste beräknas).

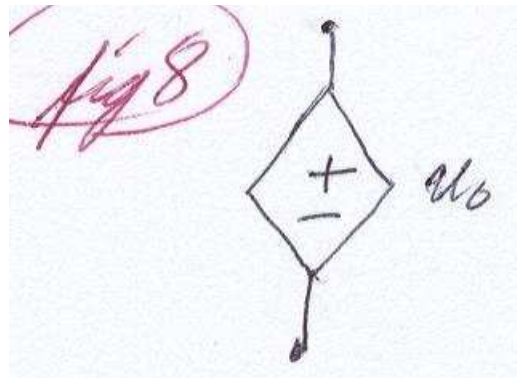
EXEMPEL. Om vi har en DC-källa ( $u_0 = 12\text{ V}$ ) (fig7)



Figur 7.

Nollställd oberoende spänningskälla innebär  $u_0 = 0$  (kortslutning).

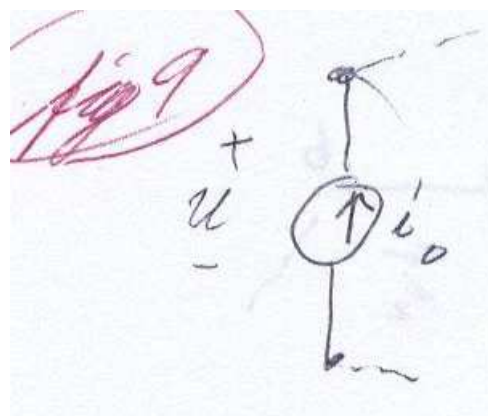
- Beroende spänningskälla: Symbol: (fig8).



Figur 8.

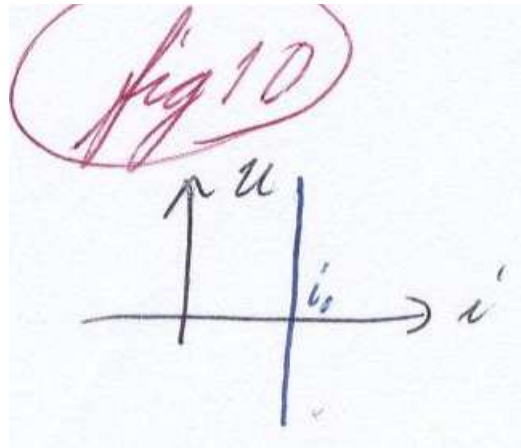
$u_0$  beror av annan ström eller spänning i kretsen.

- Oberoende strömkälla: Symbol: (fig9).



Figur 9.

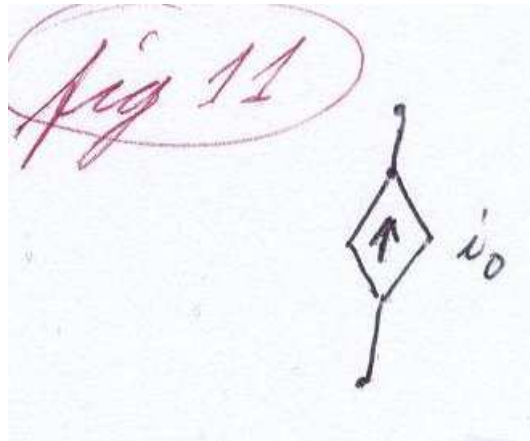
Ström  $i_0$  levereras oberoende av spänningen  $u$ . Spänningen  $u$  beror på utseendet hos resten av kretsen (måste beräknas). (fig10).



Figur 10.

Nollställd oberoende strömkälla innebär  $i_0 = 0$  (avbrott).

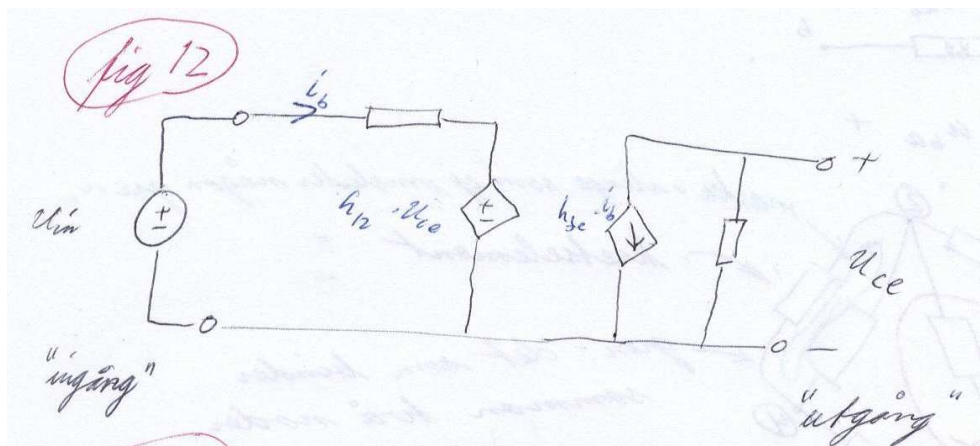
- Beroende strömkälla: Symbol: (fig11).



Figur 11.

$i_0$  beror av annan ström eller spänning i kretsen.

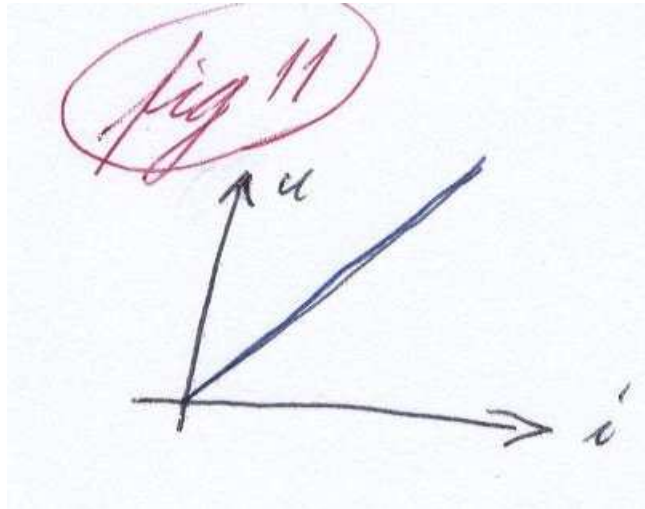
EXEMPEL på krets (modell av transistor) (fig12).



Figur 12.

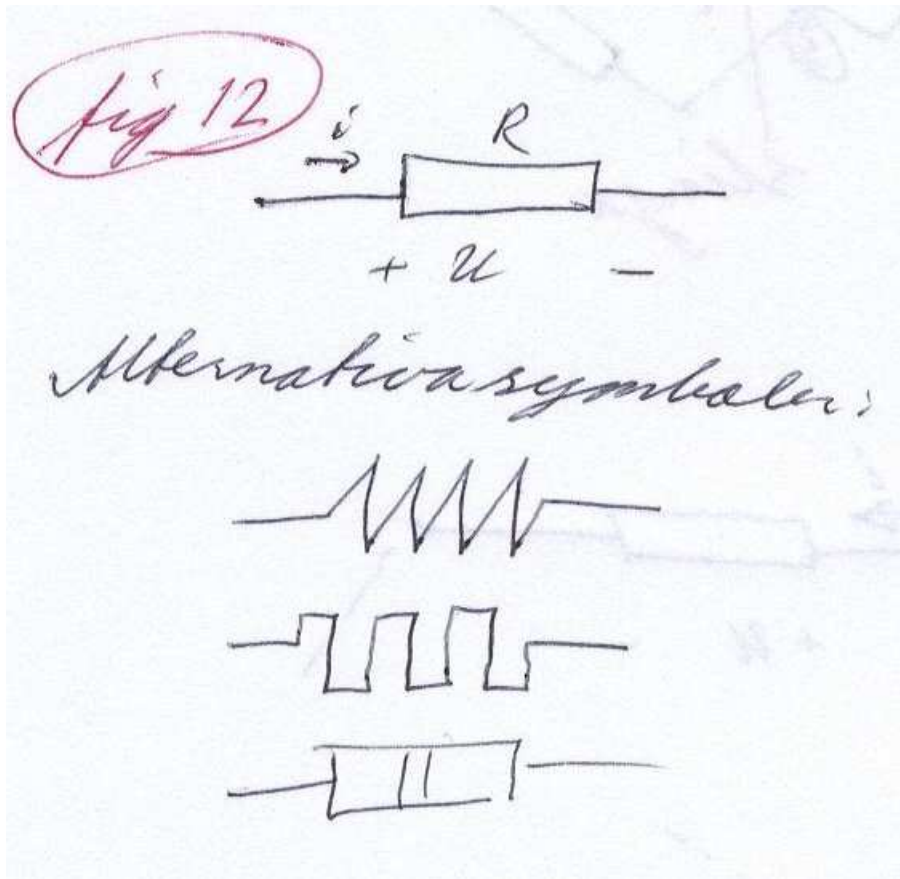
**Resistans** (ideala: linjära och tidsberoende).

Ett krets-element som uppfyller Ohms lag.  $u = R \cdot i$  där  $R$  är en konstant. Karaktäristik (fig13).



**Figur 13.** (Frys! Det är inte lätt att räkna när man gör det på papper... Naturliga talen, ska man förväntas kunna sådant? Detta är alltså figur 13, inte 11, om någon undrade.)

(fig14).

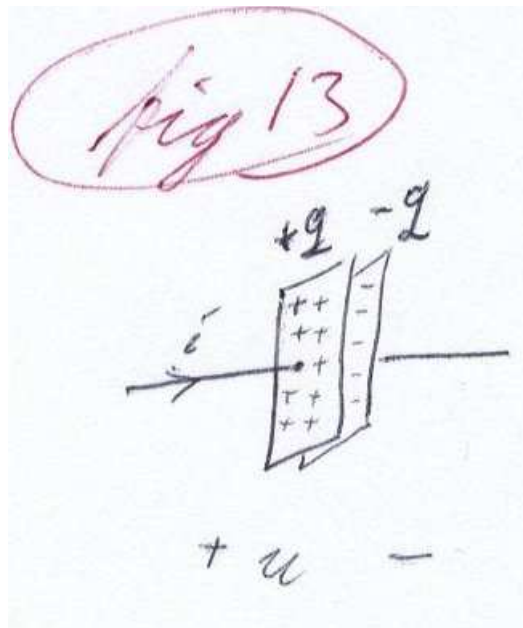


**Figur 14.**

Enhet för resistans: ohm ( $\Omega$ ).  $1\Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$ . Konduktans  $G = \frac{1}{R}$ , enhet: siemens (S).

**Kapacitans  $C$**  (ideal)

Ett mått på ett kretslements förmåga att lagra energi i form av ett elektriskt fält. Realiseras med en kondensator. Principell uppbyggnad (fig15), plattor med "dielektrikum" emellan.



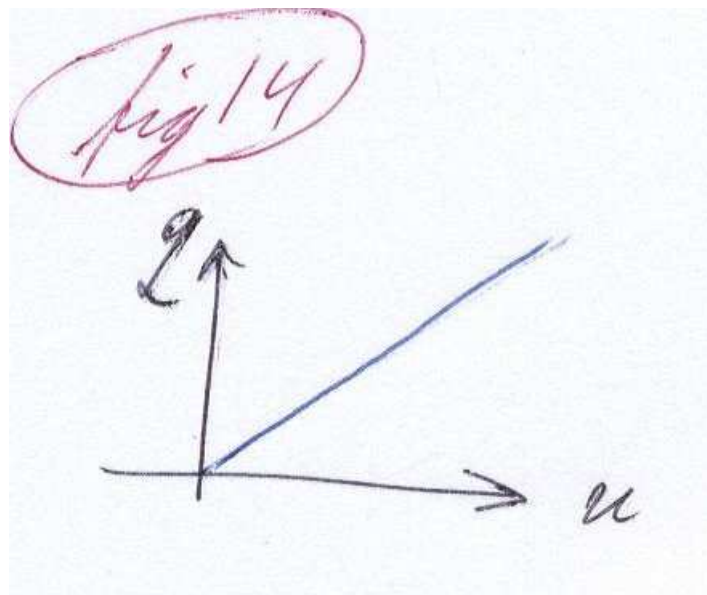
**Figur 15.**

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

där  $A$  är arean,  $d$  avståndet mellan plattor och  $\epsilon$  är dielektrisitetskonstant.

Enhet hos kapacitans: farad (F).  $1 \text{ F} = 1 \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$ .

Samband: (fig16)



**Figur 16.**

$$q = C \cdot u$$



Eftersom  $i = \frac{dq}{dt}$  fås (antag att  $C$  är konstant):

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

Strömmen är proportionell mot spänningens tidsderivata. Om  $u =$  konstant blir  $i = 0$ .

I DC-fallet: kapacitanser betraktas som avbrott.

Symbol (fig15).

Med  $i = C \cdot \frac{du}{dt}$  fås

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + u_0$$

**Induktans  $L$**  (ideal)

Ett mått på ett kretselements förmåga att lagra energi i form av ett magnetiskt fält. Resistans med en spole. Principiell uppbyggnad (fig16).  $L = f(N, A, \dots)$ ,  $N =$  antal varv,  $A =$  area.

Samband: (fig17).

$$\Phi = L i$$

Enhet hos induktans: henry (H).  $1 \text{ H} = 1 \frac{\text{V s}}{\text{A}}$ .

Symbol: (fig18).

Vi önskar ett samband mellan  $i$  och  $u$ . Enligt Faradays induktionslag:

$$u = \frac{d\Phi}{dt}$$

(Om  $L$  är konstant)

$$u = L \frac{di}{dt}$$

eller

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau + i_0$$

Spänningen är proportionell mot strömmens tidsderivata.

Om  $i$  är konstant  $\Rightarrow u = 0$ . I DC-fallet: induktanser betraktas som kortslutningar.

I denna kurs behandlas endast kretsar och kretselement som är

- linjära (superposition gäller)
- tidsinvarianta
- näten har "koncentrerade" komponenter (*lumped circuits*), dvs våglängden hos sinussignaler i näten är mycket större än nätets dimensioner.

EXEMPEL: kraftnätet, frekvens 50 Hz, våglängd  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50} = \dots = 600 \text{ mil}$ .

- Kursen behandlar endast analoga och tidskontinuerliga kretsar, ej digitala (tidsdiskreta) kretsar.

**Kirchhoffs strömlag** KCL (*Kirchhoff's Current Law*).

I varje nod är summan av alla grenströmmar noll vid alla tidpunkter

$$\sum_{\text{nod}} i_k = 0$$

OBS! Referensriktningen bestämmer tecknet på  $i_k$ .

Alternativ 1

	tecken	referensriktning
$i_k$	+	ut från nod
	-	in mot nod

EXEMPEL (fig19)  $-i_1 - i_2 + i_3 + i_4 = 0$

Alternativ 2:  $i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$ .

**Kirchhoffs spänningslag** KVL (*Kirchhoff's Voltage Law*).

I varje slinga är summan av alla grenspänningar noll vid alla tidpunkter.

$$\sum_{\text{slinga}} u_k = 0$$

OBS! Referensriktning (polaritet) bestämmer tecknet på  $u_k$ .

Låt  $u_k$  vara positiv om vi stöter på dess plustecken först då slingan genomlöps. (fig20).

$$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 = 0$$

Genomlöpsriktningen är godtycklig.

**Effekt** (Energi per tidsenhet.) (fig21).

Ögonblicksvärdet av den effekt som tvåpolen mottager definieras som

$$p = u i$$

ty

$$p = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = \frac{dw}{dt} = u \cdot i$$

OBS! Samordnade referensriktningar i figur. Ström in vid plus hos tvåpolen.

Enhet för effekt är watt (W).  $1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{N m}}{\text{s}}$ .

Tolkning:

$p > 0$ : Tvåpolen mottager (förbrukar) effekt.

$p < 0$ : Tvåpolen avger (levererar) effekt.

**Energi**

Energin  $w$  som tillförs ett nät i tidsintervallet  $t_0 < t < t_1$  är

$$w = \int_{t_0}^{t_1} p(\tau) d\tau$$

Enhet för energi: joule (J).  $1 \text{ J} = 1 \text{ W s} = 1 \text{ N m}$ .

Likströmsnät (DC-nät). Vi behöver endast studera källor och resistanser (ty induktanser  $\Leftrightarrow$  kortslutning, kapacitanser  $\Leftrightarrow$  avbrott).

Beräkningsmetoder

- Kirchhoffs lagar (KCL, KVL)
- Ohms lag ( $u = R \cdot i$ ).

Förenklingar (reduceringar) av likströmsnät.

**Seriekoppling av resistanser.** (fig22).

KVL

$$-U + U_1 + U_2 + \dots + U_n = 0$$

$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U_2 = R_2 \cdot I$$

$$U = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = I \cdot R_s$$

$U = I R_s$  där  $R_s = \sum_{i=1}^n R_i$ . Vi får (fig23).

OBS! Samma ström genom alla resistanser.

**Seriekoppling av spänningskällor** (fig24)